Решения задач
Теоретическая часть

1. (5 баллов)

а) Самый простой способ решения задачи – приравнять звездное время, вычисленное по Арктуру и по Солнцу:

$$\alpha_A + t_A = \alpha_\odot + t_\odot.$$

На экваторе Земли все светила проводят половину времени над горизонтом, и половину – ниже его. Значит, в момент восхода любого светила его часовой угол будет равен -6^h либо 18^h, а в момент захода он составит $+6^h$. Прямое восхождение Солнца в день зимнего солнцестояния $\alpha_\odot = 18^h$.

Тогда на момент восхода Арктура имеем:

$$14^h16^m + 18^h = 18^h + t_\odot,$$

откуда $t_\odot = 14^h16^m$. Тогда истинное солнечное время восхода Арктура равно $T_\odot = t_\odot + 12^h = 26^h16^m = 2^h16^m$.

Такой же ответ можно было бы получить, просто сделав соответствующий чертеж и не прибегая к использованию звездного времени.

б) Аналогично предыдущему пункту (учитывая, что в момент захода $t_A = 6^h$),

$$\alpha_A + t_A = \alpha_\odot + t_\odot.$$

$$14^h16^m + 6^h = 18^h + t_\odot,$$

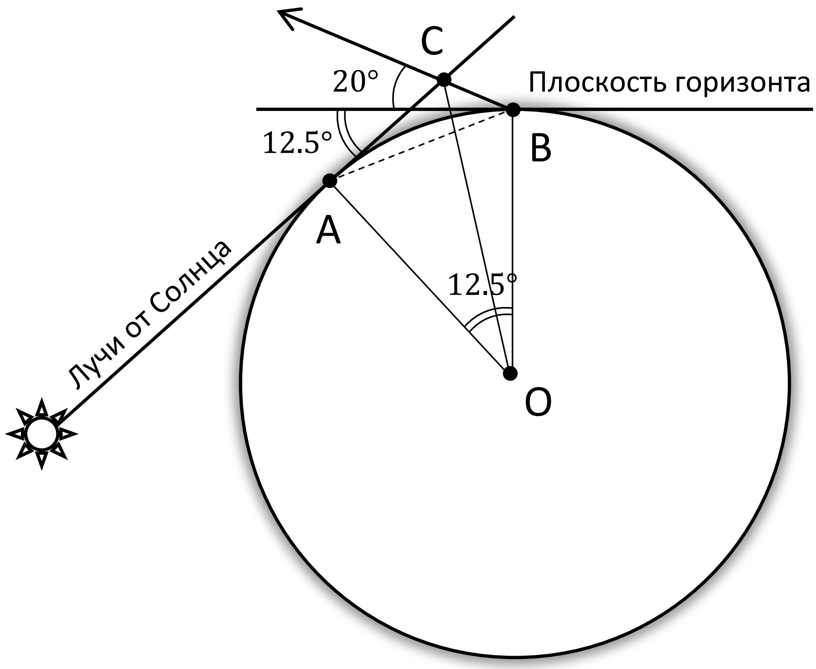
$$t_\odot = 2^h16^m$$

$$T_\odot = t_\odot + 12^h = 14^h16^m.$$

Заметим, что многие могут получить этот ответ чисто логически, прибавив ко времени восхода половину звездных суток (11^h58^m). Тогда время захода получится равным $T_\odot = 14^h14^m$, что слегка отличается от ответа строкой выше. В этом нет никакого парадокса, так как мы не учли движение Солнца по эклиптике в течение суток и мы не знаем, в какой момент суток произошло солнцестояние. Поэтому любой полученный участниками ответ может отличаться от авторского на величину до четырех минут.

в) Если пренебрегать угловыми размерами Солнца и рефракцией, то Солнце на экваторе всегда восходит равно в 6 часов утра по истинному солнечному времени. Значит, большую часть времени Арктур будет находиться над горизонтом днем, а наблюдать его можно будет только с 2^h16^m до 6^h00^m, т. е. **3 часа 44 минуты**. Арктур – яркая звезда, поэтому при определенной сноровке его можно будет наблюдать практически до самого восхода Солнца. Если же участник олимпиады выбрал иной критерий окончания видимости Арктура (например, начало астрономических или гражданских сумерек) и получил правильный ответ для данного критерия, за задачу также выставляется полный балл.

2. **(5 баллов)** Сделаем рисунок. Наблюдатель находится в точке B, лучи Солнца, находящегося под горизонтом, касаются поверхности Земли в точке A и достигают серебристых облаков в точке C. Отрезок OC представляет собой сумму радиуса Земли и высоты серебристых облаков над поверхностью Земли. Его длину и будет необходимо найти.



В четырехугольнике OACB угол O будет равен $12.5°$, $\angle A = 90°$, $\angle B = 90° + 12° = 102°$, $\angle C = 360° - \angle A - \angle B - \angle C = 155.5°$. Для начала можно, к примеру, отыскать диагональ AB:

$$AB = \sqrt{OA^2 + OB^2 - 2 \cdot OA \cdot OB \cdot \cos \angle O} = \sqrt{2R_\oplus^2 - 2R_\oplus^2 \cos 12.5°} = 1387 \text{ км}.$$

Треугольник OAB равнобедренный, поэтому углы при основании будут равны $\angle ABO = \angle BAO = 83{,}75°$. Тогда мы можем определить и все углы в меньшем треугольнике ACB: $\angle CAB = 6.25°$, $\angle CBA = 18.25°$, $\angle ACB = 155.5°$. А раз мы знаем сторону AB и все углы, то можем найти любую интересующую нас сторону – например, AC (по теореме синусов):

$$AC = AB \frac{\sin \angle CBA}{\sin \angle ACB} = 1047 \text{ км}.$$

Тогда при помощи теоремы Пифагора мы отыщем диагональ OC четырехугольника:

$$OC = \sqrt{OA^2 + AC^2} = 6456 \text{ км}.$$

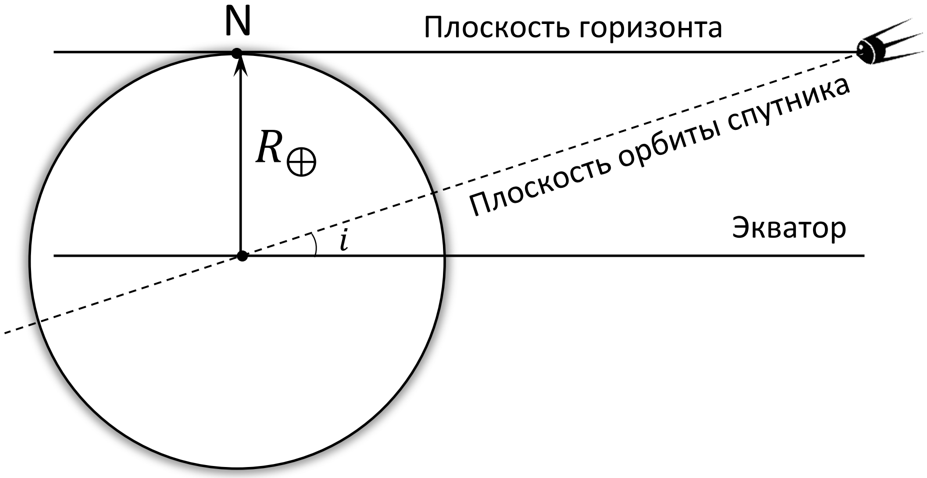
Окончательно находим высоту облаков над поверхностью Земли:

$$h = OC - R_\oplus = 85 \text{ км}.$$

Облака находились на высоте 85 километров – это верхний потолок их обычного месторасположения.

3. (5 баллов) Для начала отыщем радиус орбиты геосинхронного спутника, воспользовавшись III законом Кеплера, обобщенным Ньютоном:

$$a = \sqrt[3]{\frac{GM_{\oplus}T_{\oplus}^2}{4\pi^2}} = 42\ 100 \text{ км}.$$



Чтобы спутник оказался на горизонте на полюсе, необходимо, чтобы его максимальное расстояние от плоскости земного экватора было равно радиусу Земли (см. рис.). Тогда угол наклона орбиты будет равен

$$i = \arcsin\frac{R_{\oplus}}{a} = 8{,}7°.$$

4. (5 баллов) Раз мы считаем, что потемнением к краю можно пренебречь, то яркость объекта должна быть пропорциональна площади и температуре в четвертой степени (согласно закону Стефана-Больцмана). Тогда соотношение блеска Солнца с пятном и без будет равно

$$\frac{E}{E_0} = \frac{\left(R_{\odot}^2 - R_{\text{п}}^2\right)T_{\odot}^4 + R_{\text{п}}^2 T_{\text{п}}^4}{R_{\odot}^2 T_{\odot}^4} = 0{,}9999628.$$

Тогда изменение звездной величины можно вычислить по формуле Погсона:

$$\Delta m = -2{,}5 \lg\frac{E}{E_0} = 4.0 \cdot 10^{-5\,m}.$$

Как видим, вариации блеска будут крайне малы, однако все же в четыре раза превышают порог чувствительности. То есть среднее по размерам пятно на солнцеподобной звезде можно обнаружить с расстояния в десятки и сотни парсек! И действительно, благодаря обработке данных с «Кеплера» удалось не только обнаружить пятна на других звездах, но и установить период вращения звезд на разных широтах.

Практическая часть

5. **(5 баллов)** Северная Корона, Кассиопея, Малая Медведица, Орион, Возничий. За каждое правильное созвездие – **1 балл**, за не правильное – **минус 1 балл**. Если в итоге получилось отрицательное значение – **0 баллов**.

6. **(11 баллов)**

а) 1 – Марс
2 – Плутон
3 – Венера
4 – Юпитер
5 – Земля
6 – Луна
7 – Солнце
8 – Церера

За каждый правильно названный объект – **0,5 балла**.

б) 7 – 3 – 5 – 6 – 1 – 8 – 4 – 2. Заметим, что Земля и Луна находятся на одном и том же среднем расстоянии от Солнца (если не вдаваться в тонкие детали). Поэтому нет разницы, писать 5 – 6 или 6 – 5. Всего в ответе содержится семь пар сравнения. За каждую правильную пару – **0,5 балла**.

в) 8 – 2 – 6 – 1 – 3 – 5 – 4 – 7. Схема оценивания аналогична пункту б).

Итого – **36 баллов** за всю олимпиаду.