8 класс

«Параллелограмм. Признаки параллелограмма»

1. Сюжет

***Предоставление ситуации в воображаемой обстановке для раскрытия темы*:**

Сегодня у нас путешествие в страну «Четырехугольников». Оно будет состоять из одного маршрута в город «Параллелограммов».

Для работы Вы приготовили из картона четырехугольники разной конфигурации с нанесенными на них данными. Во время нашего путешествия мы узнаем признаки параллелограмма.

Постановка целей и проблемных вопросов темы урока:

Целью нашего урока является:

во- первых, формулирование признаков параллелограмма;

во- вторых, доказательство признаков параллелограмма;,

в- третьих, применение признаков параллелограмма к решению задач.

Проблемные вопросы:

а) на которые учащиеся могут ответить;

Будет ли четырехугольник, у которого две стороны параллельны, а две другие равны, параллелограммом?

б) ответы, на которые требуют введения нового материала;

Дан четырехугольник, у которого две стороны одновременно равны и параллельны. Что необходимо доказать, чтобы убедиться в том, что этот четырехугольник параллелограмм?

По каким еще признакам можно судить, что данный четырехугольник параллелограмм?

Представленные цели предполагают решение следующих задач:

а) учебные*: дать определение параллелограмма, сформулировать признаки параллелограмма, доказать их;*

б) развивающие: *сформировать в ходе выполнения доказательств понимание учащимися особенность теорем, которые носят название «признак»; научить учащихся формулировать утверждения и понимать суть доказательства признаков параллелограмма;*

в) воспитательные: *воспитывать культуру мышления, культуру речи, эстетику восприятия окружающего мира посредством геометрических образов.*

2) Ролевые взаимодействия между участниками образовательного процесса

В процессе проведения урока можно работать индивидуально или группами.

***Роль учителя*:** управление путешествием.

Роль учащихся:

а) группа учащихся, которые работают в центре координации путешествия вместе с учителем дополнительно с выполнением общих заданий, будут руководить всем путешествием;

б) группа учащихся, которые будут выполнять команды центра управления.

В ходе урока могут возникать другие временные группы, в зависимости от подготовки учащихся.

Описание различных типов деятельности между участниками образовательного процесса:

а) коммуникативная деятельность (между командами на маршрутах и центром управления путешествием),

б) оценочная деятельность;

в) аналитическая деятельность.

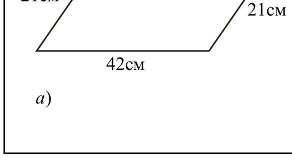
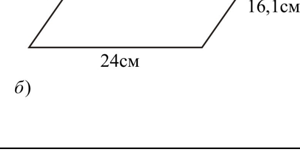
На уроке учащимся будет предложена презентация по данной теме.

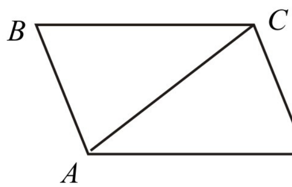
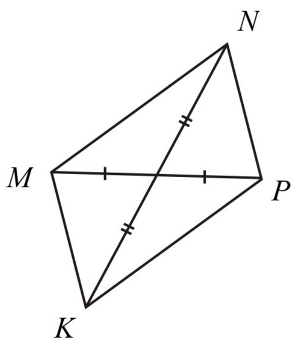
3. Ситуации по реализации взаимодействия участниками образовательного процесса

Деятельность учителя	**Деятельность учащихся**	**Деятельность учителя в зависимости от деятельности учащихся**
Представим себе, что мы сегодня отправляемся в путешествие в страну «Четырехугольников». На нашем слайде путешествий мы видим карту страны «Чытырехугольников», два больших города: город «Параллелограммов» и «Город трапеций». Сегодня мы отправимся в город «Параллелограммов». По дороге в этот город нам будут встречаться различные четырехугольники. Нам нужно будет определить (доказать) является ли этот четырехугольник параллелограммом. И если «да», то взять его с собой в этот город. Вначале попробуем ответить на ряд вопросов, которые помогут нам разбиться на команды и уточнить цель предстоя-	Учащиеся слушают	Учитель ставит цель урока

щего путешествия. Какие четырехугольники вы знаете? Какой четырехугольник называется параллелограммом (сведения из темы «Многоугольники»)? По каким данным вы могли бы определить, что лежащий перед вами четырехугольник – параллелограмм? По каким данным вы могли бы определить, что лежащий перед вами четырехугольник – не параллелограмм? Учащиеся, которые правильно ответили на вопросы вначале путешествия, будут переходить в центр управления и помогать координации путешествия. Что ж, в путь, друзья! На маршруте № 1 ребята встретили несколько четырехугольников. Необходимо выяснить (доказательным путем), какие из них будут параллелограммами. 1) четырехугольник, у которого две стороны равны, а две другие параллельны; 2) четырехугольник, у которого две стороны равны, и равны накрест лежащие углы, образованные прямыми, содержащими данные стороны и секущей, которая проходит через диагональ параллелограмма; 3) четырехугольник, у которого противоположные стороны равны; 4) четырехугольник, у которого диагонали точкой пересечения делятся пополам; 5) параллельны, а две другие параллельны. Необходимо выяснить будет ли данный четырехугольник параллелограммом; Как видим, у группы учащихся, которые	Учащиеся дают ответы 1) Учащиеся рисуют четырехугольники разных видов, удовлетворяющие усло-	Учитель, в зависимости от ответов учащихся осуществляет распределение учащихся на две группы: центр управления путешествием, группа для маршрута № 1 (признаки паралл елограмма), Учитель и группа координации дают оценку проделанной работе.

занимаются заданием № 3 возникли проблемы: они не знают как доказать параллельность двух других сторон. Центр управления путешествием посылает на маршрут № 1 радиограмму: может быть вам поможет проведение диагонали параллелограмма. Для правильного проведения маршрута необходимо решить следующие задания.	вию и делают вывод. 2) часть учащихся рассматривает четырехугольник № 2 и пытается доказать, что это параллелограмм 3) часть учащихся рассматривает четырехугольник № 3 и пытается доказать, что это параллелограмм 4) группа более слабых учащихся рассматривает четырехугольник № 4 и пытается доказать, что это параллелограмм Им на помощь могут прийти ребята из группы на маршруте	 С помощью ребят центра управления разбираются со случаями 1) и 2) и 3) В случае затруднения с решением заданием № 3 центр управления дает рекомендации

Нужно выяснить, обладает ли параллелограмм следующими свойствами: а) угол между диагоналями параллелограмма равен одному из углов параллелограмма; б) биссектриса угла параллелограмма отсекает от него равнобедренный треугольник. Результаты решения всех заданий следует записать в тетради путешествий.	Ребята коллективно выполняют задания а) и б), центр управления координирует действия учащихся	Центр управления проверяет и исправляет сделанные записи, формулирует теоремы В случае а) предлагается найти (построить) параллелограмм, у которого угол между диагоналями не равен одному из углов параллелограмма. В случае б) учащиеся должны воспользоваться определением биссектрисы угла, свойством накрест лежащих углов при параллельных прямых и секущей и признаком равнобедренного треугольника.
Для возвращения в базовый лагерь учащиеся должны заполнить маршрутный лист. Учитель раздает карточки, в которых учащиеся дают ответы на 3 задания: Образцы заданий: 1. Выясните, какие из четырехугольников являются параллелограммами:  *а*)  *б*)	Каждый самостоятельно выполняет задание на карточке	Учитель собирает карточки и делает разбор заданий на доске.

1) а) и б); 2) только а); 3) только б); 4) ни а), ни б). 2. Докажите, что изображенный на рисунке четырехугольник является параллелограммом.  $AB = CD$, $\angle BAC = \angle DCA$ 3. По данным на рисунке найдите периметр четырехугольника  $MN = 15$см, $NMP = 0,6MN$		

4. Подведение итогов

Сегодня на уроке мы должны были познакомиться с признаками параллелограмма, научиться их доказывать и использовать при решении задач.

Посмотрите на наш слайд и ответьте на вопросы:

1. Как доказывается признак параллелограмма:

«Если диагонали четырехугольника пересекаются точкой пересечения делятся пополам, то данный четырехугольник – параллелограмм»?

2. Как доказывается признак параллелограмма:

«Если у четырехугольника две стороны равны и параллельны, то данный четырехугольник – параллелограмм»?

3. Как доказывается признак параллелограмма:

«Если у четырехугольника противоположные стороны попарно равны, то данный четырехугольник – параллелограмм»?

«Параллелограмм. Свойства параллелограммов»

1. Сюжет

Предоставление ситуации в воображаемой обстановке для раскрытия темы:

Сегодня у нас снова путешествие в страну «Четырехугольников». Оно будет состоять из маршрута в город «Параллелограммов» и будем путешествовать уже в самом городе на его окраине, где параллелограммы только-только начинаются.

Для работы Вы приготовили из картона параллелограммы разных форм и размеров. Во время нашего путешествия мы узнаем свойства параллелограммов.

Постановка целей и проблемных вопросов темы урока:

Целью нашего урока является:

во- первых, формулирование свойств параллелограмма;

во- вторых, доказательство свойств параллелограмма;

в- третьих, применение свойств параллелограмма к решению задач.

Проблемные вопросы:

а) на которые учащиеся могут ответить;

Верно ли, что у всякого параллелограмма диагонали равны?

б) ответы, на которые требуют введения нового материала;

Верно ли что, диагонали любого параллелограмма пересекаясь, делятся пополам?

Представленные цели предполагают решение следующих задач:

а) учебные*: сформулировать свойства параллелограмма, доказать их;*

б) развивающие: *сформировать в ходе выполнения доказательств понимание учащимися особенность теорем, которые носят название «свойство»; сформировать понимание отличий признака и свойства геометрического объекта; научить учащихся формулировать утверждения и понимать суть доказательства свойств параллелограмма;*

в) воспитательные: *воспитывать культуру мышления, культуру речи, эстетику восприятия окружающего мира посредством геометрических образов.*

2. Ролевые взаимодействия между участниками образовательного процесса

В процессе проведения урока можно работать индивидуально или группами.

***Роль учителя*:** управление путешествием.

Роль учащихся:

а) группа учащихся, которые работают в центре координации путешествия вместе с учителем дополнительно с выполнением общих заданий, будут руководить всем путешествием;

б) группа учащихся, которые будут выполнять команды центра управления.

В ходе урока могут возникать другие временные группы, в зависимости от подготовки учащихся.

Описание различных типов деятельности между участниками образовательного процесса:

а) коммуникативная деятельность (между командами на маршрутах и центром управления путешествием);

б) оценочная деятельность;

в) аналитическая деятельность.

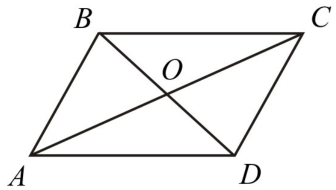
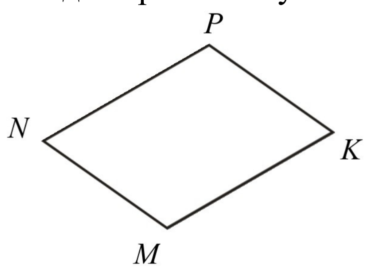
На уроке учащимся будет предложена презентация по данной теме.

4. Ситуации по реализации взаимодействия участниками образовательного процесса

Деятельность учителя	Деятельность учащихся	Деятельность учителя в зависимости от деятельности учащихся
Представим себе, что мы сегодня отправляемся в путешествие в страну «Четырехугольников». На нашем слайде путешествий мы видим карту страны «Чытырехугольников», два больших города: город «Параллелограммов» и «Город трапеций». Сегодня мы отправимся в город «Параллелограммов». Придя в этот город, мы встретим множество параллелограммов. Нам нужно будет выяснить общие свойства параллелограммов любых видов.	Учащиеся слушают	Учащиеся сообщает о цели урока
Вначале попробуем ответить на ряд вопросов, которые помогут нам разбиться на команды и уточнить цель предстоящего путешествия. Какой четырехугольник называется параллелограммом (сведения из темы «Многоугольники»)? Какие свойства параллелограмма вы могли бы назвать не задумываясь?	Учащиеся дают ответы	Учитель, в зависимости от ответов учащихся осуществляет распределение учащихся на три группы: центр управления путе-

Как вы считаете, могут ли у параллелограмма быть равны все стороны? Учащиеся, которые правильно ответили на вопросы вначале путешествия, будут переходить в центр управления и помогать координации путешествия. Что ж, в путь, друзья! На маршруте № 2 в городе «Параллелограммов» ребята встретили много разных параллелограммов: у которых есть острый и тупой углы, у которых все углы прямые, у которых все стороны равны. Необходимо выяснить (доказательным путем), какие общие свойства имеют все эти разные по форме и размерам параллелограммы. 1) у параллелограмма противоположные стороны равны; 2) у параллелограмма противоположные углы равны; 3) у параллелограмма диагонали, пересекаясь, делятся пополам. Как видим, у группы учащихся, которые занимаются заданием № 3 возникли проблемы: они не знают как доказать равенство двух треугольников, чтобы	а) Учащиеся исследуют принесенные картонные параллелограммы и выдвигают гипотезы по поводу свойств параллелограмма. б) часть учащихся доказывает свойство № 1 в) часть учащихся доказывает свойство № 2 г) группа наиболее сильных учащихся пытается доказать свойство № 3	шествием, групп для маршрута № 2 (свойства параллелограмма). Учитель и группа координации дают оценку проделанной работе. С помощью ребят центра управления разбираются со случаями 1) и 2).

доказать равенство отрезков, на которые разбивается каждая диагональ точкой пресечения. Центр управления путешествием посылает на маршрут № 2 радиограмму: может быть вам поможет доказанное свойство № 1? Для правильного проведения полета необходимо решить следующие задания Выяснить будут ли параллелограммами следующие четырехугольники: а) четырехугольник, у которого одна диагональ делится точкой пересечения пополам, и две противолежащие стороны параллельны; б) четырехугольник, у которого одна диагональ делится точкой пересечения пополам, и две противолежащие стороны равны. Результаты решения всех заданий следует записать в тетради путешествий. Для возвращения в базовый лагерь учащиеся должны заполнить маршрутный лист. Учитель раздает карточки, в которых учащиеся дают ответы на 3 задания: Образцы заданий: 1. Дан параллелограмм $ABCD$. По данным на рисунке найдите периметр треугольника AOB.	Центр управления проверяет и исправляет сделанные записи, формулирует теоремы ребята коллективно выполняют задания	В случае затруднения с решением заданием № 3 центр управления дает рекомендации центр управления оценивает результаты Учитель собирает

 $BD = 12$ см, $AC = 20$ см, $CD = 9$ см. 1) 25 см; 2) 41 см; 3) 36 см; 4) 32 см. 2. Известно, что у параллелограмма $MNPK$ сумма углов N и K равна $124°$. Найдите разность угла M и угла N.  3. Докажите, что биссектрисы углов A и B параллелограмма $ABCD$ взаимно перпендикулярны.	каждый самостоятельно выполняет задание на карточке	карточки и делает разбор заданий на доске.

4. Подведение итогов

Сегодня на уроке мы должны были познакомиться со свойствами параллелограмма, научиться их доказывать и использовать при решении задач.

Посмотрите на наш слайд и ответьте на вопросы:
1. Как доказывается свойство параллелограмма:
«У параллелограмма противоположные стороны равны»?
2. Как доказывается свойство параллелограмма:
«У параллелограмма противоположные углы равны»?
3. Как доказывается признак параллелограмма:
«У параллелограмма диагонали, пересекаясь, делятся пополам»?

«Прямоугольник. Ромб. Квадрат»

1. Сюжет

***Предоставление ситуации в воображаемой обстановке для раскрытия темы*:**

Сегодня у нас снова путешествие в город «Параллелограммов» и будем путешествовать уже в центре города.

Для работы Вы приготовили из картона прямоугольник, ромбы и квадраты. Во время нашего путешествия мы узнаем свойства и признаки прямоугольника и ромба, свойства квадрата.

Постановка целей и проблемных вопросов темы урока:

Целью нашего урока является:

во-первых, формулирование и доказательство свойств прямоугольника;

во-вторых, формулирование и доказательство признаков прямоугольника;

в-третьих, формулирование и доказательство свойств ромба;

в-четвертых, формулирование и доказательство признаков ромба;

Проблемные вопросы:

а) на которые учащиеся могут ответить;

Верно ли, что диагонали прямоугольника равны?

Верно ли, что, если у четырехугольника диагонали равны, то это прямоугольник?

б) ответы, на которые требуют введения нового материала;

Верно ли что, если диагональ параллелограмма лежит на биссектрисе его угла, то этот параллелограмм является ромбом?

Представленные цели предполагают решение следующих задач:

а) учебные*: дать определение прямоугольника, ромба, квадрата. сформулировать свойства и признаки прямоугольника, ромба, доказать их;*

б) развивающие: *сформировать в ходе выполнения доказательств понимание учащимися особенности взаимосвязи различных видов параллелограмма; научить учащихся формулировать утверждения и понимать суть доказательства признаков прямоугольника, ромба;*

в) воспитательные: *воспитывать интерес к истории развития математики, умение работать команде.*

2. Ролевые взаимодействия между участниками образовательного процесса

В процессе проведения урока можно работать индивидуально или группами.

***Роль учителя*:** управление путешествием.

Роль учащихся:

а) группа учащихся, которые работают в центре координации путешествия вместе с учителем дополнительно с выполнением общих заданий, будут руководить всем путешествием;

б) группы учащихся, которые будут выполнять команды центра управления.

В ходе урока могут возникать другие временные группы, в зависимости от подготовки учащихся.

Описание различных типов деятельности между участниками образовательного процесса:

а) коммуникативная деятельность (между командами на маршрутах и центром управления путешествием);

б) оценочная деятельность;

в) аналитическая деятельность.

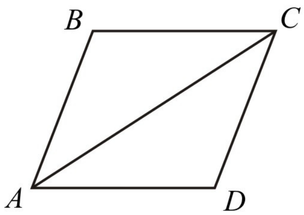
На уроке учащимся будет предложена презентация по данной теме.

5. Ситуации по реализации взаимодействия участниками образовательного процесса

Деятельность учителя	**Деятельность учащихся**	**Деятельность учителя в зависимости от деятельности учащихся**
Сегодня мы отправляемся в уже известный нам город «Параллелограммов». В этом городе есть два проспект «Прямоугольников» и улица «Ромбов», которые пересекаются на площади «Квадратов». Вы уже знаете, что прямоугольником называется параллелограмм, у которого все углы прямые, а ромбом называется параллелограмм, у которого все стороны равны. Квадрат – это прямоугольник, у которого все стороны равны. Нам нужно будет выяснить свойства и признаки прямоугольников, свойства и признаки ромбов. Вначале попробуем ответить на ряд вопросов, которые помогут нам разбиться на три команды и уточнить цель предстоящего путешествия.	Учащиеся дают ответы	Учитель, в зависимости от ответов учащихся осуществляет

Какие свойства прямоугольника, ромба и квадрата вы уже знаете? Как вы считаете, может ли прямоугольник быть ромбом? Если да, то при каком условии? Учащиеся, которые правильно ответили на вопросы вначале путешествия, будут переходить в центр управления и помогать координации путешествия. Остальные ученики разбиваются на две команды и выходят на два маршрута: № 1 – проспект «Прямоугольников», № 2 – улица «Ромбов». Что ж, в путь, друзья! На маршруте № 1, то есть на проспекте «Прямоугольников» много разных параллелограммов, похожих на прямоугольники. У некоторых из них есть надпись «прямоугольник», у некоторых нет. Задание 1. Для тех фигур, у которых есть надпись «прямоугольник» нужно обнаружить дополнительное свойство (или свойства), которого нет у всех параллелограммов, а только у таких. Задание 2. Для тех параллелограммов, у которых нет надписи «прямоугольник» нужно выяснить, являются ли они прямоугольниками по тем данным, которые на них изображены: диагонали $d_1 = d_2$. На маршруте № 2, то есть на улице «Ромбов» много разных параллелограммов, похожих на ромбы. У некоторых из них есть надпись «ромб», у некоторых нет. Задание 1. Для тех фигур, у которых есть надпись «Ромб» нужно обнаружить дополнительные свойства, которых нет у всех параллелограммов, а только у ромбов. Задание 2. Для тех параллелограммов,	а) Учащиеся исследуют принесенные картонные параллелограммы, с данными на них и прямоугольники; выдвигают гипотезы по поводу свойств и признаков прямоугольника; выполняют Задание 1. Задание 2. б) Учащиеся исследуют принесенные картонные параллелограммы, с данны-	распределение учащихся на три группы: центр управления путешествием, групп для маршрута № 1 (прямоугольник), группа для маршрута № 2 (ромб). С помощью ребят из центра управления учитель разбирается с решением заданий 1 и 2 обоих маршрутов. Учитель и группа координации вместе дают оценку проделанной работе. В случае затруднения с решением заданием 1 маршрута № 2 учителей предлагает центру координа-

у которых нет надписи нужно выяснить, являются ли они ромбами по тем данным, которые на них изображены: а) $d_1 \perp d_2$; б) $\angle BAC = \angle DAC$.	ми на них и прямоугольники; выдвигают гипотезы по поводу свойств и признаков прямоугольника; выполняют	ции оказать помощь группе на маршруте
Все данные записываются в журнал путешествий	Задание 1. Задание 2. Центр управления проверяет и исправляет сделанные записи, формулирует теоремы	Оценивает результаты
Для правильного проведения полета необходимо решить следующие задания. Выясните: а) будет ли прямоугольником параллелограмм, у которого есть один прямой угол; б) будет ли прямоугольником четырехугольник, у которого все углы прямые. в) будет ли ромбом четырехугольник, у которого все стороны равны. в) какими свойствами обладает квадрат. Результаты решения всех заданий следует записать в тетради путешествий. Для возвращения в базовый лагерь учащиеся должны заполнить маршрутный лист. Учитель раздает карточки, в которых учащиеся дают ответы на 3 задания: Образцы заданий:	Ребята проводят коллективное решение заданий, обращаясь за помощью в центр координации	Оценивает результаты
1. Дан параллелограмм $ABCD$. Найдите его площадь, если известно, что $AC = BD$, $AB = 6$ см, $AD = 8$ см.	Каждый само-	Собирает карточки и делает разбор заданий на доске.

2. Известно, что у параллелограмма $ABCD$ $\angle BAC = \angle DAC$, $BC = 4$ см. Найдите периметр параллелограмма $ABCD$.  3. Дан прямоугольник $MNPK$, где O – точка пересечения диагоналей. Если $AO = 4$ см, $AD = 10$ см, $BD = 0,7AD$, то чему равен периметр треугольника ABD.	стоятельно выполняет задание	

4. Подведение итогов

Сегодня на уроке мы должны были познакомиться со свойствами и признаками прямоугольника и ромба, научиться их доказывать и использовать при решении задач.

Посмотрите на наш слайд и ответьте на вопросы:

1. Как доказывается свойство прямоугольника:

«У прямоугольника диагонали равны»?

2. Как доказывается признак прямоугольника:

«Если у параллелограмма диагонали равны, то он – прямоугольник»?

3. Как доказываются свойства ромба:

«Диагонали ромба взаимно перпендикулярны и лежат на биссектрисах его углов»?

4. Как доказываются признаки ромба:

а) «Если диагонали параллелограмма взаимно перпендикулярны, то это – ромб»?

а) «Если диагональ параллелограмма лежит на биссектрисе его угла, то это – ромб»?

«Прямоугольник. Ромб. Квадрат»
Решение задач

1. Сюжет

***Предоставление ситуации в воображаемой обстановке для раскрытия темы*:**

Сегодня мы проведем в городе «Параллелограммов» математический турнир. Он будет проходить на площади квадратов, на пересечении улицы «Ромбов» и проспекта «Прямоугольников».

Во время турнира мы лучше узнаем особенности параллелограммов, научимся применять их свойства и признаки при решении задач.

Постановка целей и проблемных вопросов темы урока:

Целью нашего урока является:

во-первых, установление родо-видовых отличий параллелограмма и его видов;

во-вторых, обобщение признаков параллелограмма, прямоугольника, ромба. в-третьих, формулирование навыка применения указанных свойств и признаков при решении задач.

Проблемные вопросы:

Можно ли было определить прямоугольник следующим образом:

«Прямоугольник – это параллелограмм, у которого есть прямой угол»?

Верно ли утверждение:

«Диагонали ромба являются биссектрисами его углов»?

Верно ли утверждение:

«Вершинами какого четырехугольника являются точки пересечения биссектрис всех вершин параллелограмма?

Представленные цели предполагают решение следующих задач:

а) учебные*: выяснить взаимосвязь разных видов параллелограмма;*

б) развивающие: *сформировать понимание родо-видовых отличий разных видов параллелограмма в ходе решение выполнения доказательств понимание учащимися особенности взаимосвязи различных видов параллелограмма; научить учащихся формулировать утверждения и понимать суть доказательства признаков прямоугольника, ромба;*

в) воспитательные: *сформировать потребность в систематизации знания, умение работать команде.*

2. Ролевые взаимодействия между участниками образовательного процесса

В процессе проведения урока можно работать индивидуально или группами.

Роль учителя**:** управление турниром.

Роль учащихся:

а) группа учащихся, которые работают в жюри турнира вместе с учителем дополнительно с выполнением общих заданий, будут руководить всем турниром;

б) группы учащихся, которые будут соревноваться в турнире и выполнять команды жюри.

В ходе урока могут возникать другие временные группы, в зависимости от подготовки учащихся.

Описание различных типов деятельности между участниками образовательного процесса:

а) коммуникативная деятельность (между командами на маршрутах и центром управления путешествием);

б) оценочная деятельность;

в) аналитическая деятельность.

На уроке учащимся будет предложена презентация по данной теме.

3. Ситуации по реализации взаимодействия участниками образовательного процесса

Деятельность учителя	**Деятельность учащихся**	**Деятельность учителя в зависимости от деятельности учащихся**
Сегодня мы проведем в городе «Параллелограммов» математический турнир. Он будет проходить на площади квадратов, на пересечении улицы «Ромбов» и проспекта «Прямоугольников». Нам нужно будет повторить и систематизировать определения прямоугольника, ромба, квадрата, обобщить их свойства и признаки. Вначале попробуем ответить на ряд вопросов, которые помогут нам разбиться на три команды: наиболее успешные в ответах учащиеся войдут в жюри, остальные разобьются на две команды и будут участвовать в соревнованиях. 1. Является ли всякий параллелограмм прямоугольником? 2. Является ли всякий ромб параллелограммом? 3. Является ли всякий прямоугольник квадратом?	Учащиеся дают ответы	Учитель, в зависимости от ответов учащихся осуществляет распределение

4. Является ли квадрат ромбом? 5. Является ли ромб параллелограммом? 6. Является ли всякий ромб квадратом? 7. Может ли быть прямоугольник ромбом? При каких условиях? 8. Может ли быть ромб прямоугольником? При каких условиях? Учащиеся, которые правильно ответили на все данные вопросы будут находиться в жюри. Остальные ученики разбиваются на две команды и выходят на две башни маршрута: № 1 – башня Признаков, № 2 – башня Свойств. Жюри будет вам предлагать задания, и вы должны определить, какой башне принадлежит данная задача и попытаться ее решить. Ребята на второй башне должны выслушать ответ первой группы ребят и оценить или дополнить его. Итак, в путь, друзья! Первые три задания предназначены для совместного решения обеими группами: Задание 1. Можно ли было определить прямоугольник следующим образом: «Прямоугольник – это параллелограмм, у которого есть прямой угол»? Задание 2. Верно ли утверждение: «Диагонали ромба являются биссектрисами его углов»? Задача 1. Докажите, что биссектрисы соседних углов параллелограмма взаимно перпендикулярны.		учащихся на три группы: жюри группа № 1, группа № 2 . При этом он вручает фишки за правильные ответы Учитель и жюри вместе дают оценку проделанной работе.

Задача 2. Верно ли, что параллелограмм, диагонали которого образуют с одной из сторон параллелограмма равнобедренный треугольник, является прямоугольником? Задача 3. Докажите, что биссектрисы противоположных углов параллелограмма параллельны. Задача 4. Выясните, если диагонали четырехугольника взаимно перпендикулярны, а две противоположные стороны равны, то является ли четырехугольник это ромбом. Задача 5. Выясните, если диагонали четырехугольника взаимно перпендикулярны, а две противоположные стороны параллельны, то является ли четырехугольник это ромбом. Задача 6. Выясните, какой четырехугольник получится в пересечении биссектрис всех углов параллелограмма. Результаты решения всех заданий сле-	а) Учащиеся определяют какой башне принадлежит предложенная задачи и затем пытаются ее решить. Одна группа представляет решение вторая его уточняет; б) жюри оценивает работу команд; в) ребята проводят коллективное решение заданий, обращаясь за уточнениями в жюри Жюри проверяет и оценивает предложенные решения и апелляции противоположной команды	В задаче 2 предлагает рассмотреть два случая: вершина равнобедренного треугольника находится в точке пересечения диагоналей, вершина находится в вершине параллелограмма. В задаче № 3 уточняет: всегда ли биссектрисы параллельны, или могут совпадать.

дует записать в тетради путешествий.		В задаче № 6 уточняет: всегда ли биссектрисы при пересечении образуют прямоугольник? Предлагает рассмотреть случай, когда параллелограмм является ромбом. Оценивает результаты

4. Подведение итогов

Сегодня на уроке мы должны обобщили и систематизирования знания по теме «Параллелограммы».

Посмотрите на наш слайд и ответьте на вопросы:

1. Какие основные свойства параллелограмма вы знаете.
2. Какие дополнительные свойства имеет параллелограмм являющийся прямоугольником?
3. Какие дополнительные свойства имеет параллелограмм являющийся ромбом?
4. Перечислите все свойства квадрата.

«Свойства квадратичной функции и ее график»

Сюжет: На прошлых уроках мы с вами изучили свойства квадратичной функции и научились строить ее график – параболу. Сегодня на уроке нам предстоит обобщить изученный материал с помощью предложенной системы упражнений. Следует отметить, что выполнение учебных заданий урока формирует универсальный механизм исследования элементарных функций школьного курса и построения их графиков.

Раздел учебной программы: Квадратная (квадратичная) функция

Тема урока: Свойства квадратичной функции и ее график

Тип урока: обобщение и систематизация знаний

Организационная форма проведения урока: фронтальная

Опорные знания к уроку: учащиеся должны:

Знать термины и правильно использовать понятия: функция; аргумент функции; значение функции; график функции; область определения функции; множество (область) значений функции, наибольшее и наименьшее значения функции; нули функции; возрастание функции, убывание функции; промежуток возрастания функции, промежуток убывания функции, промежуток знакопостоянства; линейная функция; прямая пропорциональность; обратная пропорциональность; гипербола; квадратичная (квадратная) функция; вершина параболы.

Уметь строить графики и знать свойства функций $y = kx + b;\ y = \frac{k}{x};\ y = ax^2 + bx + c$.

Цели урока:

образовательные:

обобщение, систематизация и углубление знаний учащихся о свойствах квадратичной функции; установление причинно-следственных связей между объектами изучения; выделение наиболее существенных закономерностей в рамках содержательной линии программы «Координаты и функции»

развивающие:

совершенствование навыков исследовательской деятельности, коммуникативных способностей;

развитие логического мышления и интеллектуальных умений учащихся (наблюдать, сравнивать, применять ранее полученные знания в новой ситуации, анализировать информацию, делать выводы, обобщать);

воспитательные:

воспитание умения работать в команде, слушать друг друга

способствовать повышению познавательного интереса к предмету, формированию научного мировоззрения.

Оборудование. По возможности – персональный компьютер, проектор. Раздаточный материал к уроку.

Действия учителя и учащихся на уроке

Содержание работы	**Действия учителя**	**Действия учащихся**
1. Организация урока	Мобилизует учащихся для активной работы на уроке, создает благоприятный психологический настрой.	Настраиваются на активную и продуктивную работу на уроке
2. Мотивация учебной деятельности, постановка целей урока	Знакомит учащихся с сообщением «Параболы в реальном мире» или предоставляет слово для сообщения учащемуся (Приложение 1). Подводит учащихся к формулировке темы и цели урока.	Совместно с учителем формулируют тему и цели урока.
3. Актуализация опорных знаний	Предлагает учащимся ответить на вопросы: 1. Какая функция называется квадратичной? Как называется график квадратичной функции? 2. От чего зависит направление ветвей параболы? 3. Как найти координаты вершины параболы, заданной формулой $y = a\left(x - n\right)^2 + m$ и заданной в виде $y = ax^2 + bx + c$? 4. Как найти ось симметрии параболы? 5. Как найти нули квадратичной функции, заданной формулой? Заданной графиком? 6. Как найти ординату точки пересечения графика функции с осью ординат? 7. Как найти множество значений функции? При необходимости, направляет учащихся к использованию таблицы по теории, составленной на предыдущих уроках (Приложение 2)	Отвечают на вопросы учителя, корректируют (при необходимости) ответы одноклассников.
4. Выполнение учащимися заданий, позволяющих осуществить вос-	Предлагает учащимся выполнить устные задания (Приложение 3) и записать полученные ответы в тетрадь. Проверяет результаты работы, выяв-	Выполняют устные задания. Проверяют полученные результаты, задают вопросы, отвечают на вопросы учителя.

произведение и коррекцию опорных знаний, повторение и анализ основных фактов, обобщение и систематизацию изученного	ляет пробелы в знаниях, в зависимости от ответов учащихся формулирует вопросы, корректирующие знания учащихся. Акцентирует внимание учащихся на том, что умение строить график квадратичной функции и описывать ее свойства является обязательным результатом обучения. Организует по вариантам работу учащихся по исследованию свойств квадратичной функции и построению ее графика (Приложение 4). В процессе работы над упражнением отвечает на вопросы учащихся, учит работать с теорией (Приложение 2). По мере заполнения таблицы задает дополнительные вопросы классу: 1. У какой из изученных нами ранее функций область определения не совпадает с множеством действительных чисел? 2. На какие вопросы можно ответить, зная координаты вершины параболы? 3. Пересекает ли график функции прямую $y=105$. Найдите наибольшее (наименьшее) целое значение функции. Ответьте на этот вопрос для функции, у которой $E=\left[-3\frac{1}{3};+\infty\right)$. Приведите пример функции, множеством значений которой является только число 7. 4. Приведите пример функции, не имеющей наибольшего (наименьшего) значений. 5. Известно, что осью симметрии некоторой параболы является ось ординат. Задайте эту функцию формулой. 6. Приведите пример функции, убывающей на всей области определе-	 Два ученика работают у доски, остальные – по вариантам в тетрадях. Задают вопросы учителю, сверяют полученные результаты с записями на доске. По необходимости, исправляют ошибки самостоятельно, либо с помощью учителя. Отвечают на вопросы учителя.

	ния. 7. Сколько нулей может иметь квадратичная функция? От чего это зависит? Приведите пример квадратичной функции, имеющей один ноль. Сколько нулей имеет квадратичная функция, если ее график не пересекает оси абсцисс? Касается оси абсцисс? 8. Приведите пример квадратичной функции, принимающей только положительные (отрицательные) значения. 9. Сколько раз график квадратичной функции пересекает ось ординат? Сколько раз график произвольной функции может пересекать ось ординат? Приведите пример функции, график которой не пересекает ось ординат. 10. Какие точки необходимо отметить на координатной плоскость? С чего удобнее начинать? Для построения графиков каких квадратичных функций необходимы дополнительные точки? Организует работу с дополнительными заданиями для тех учащихся, кто справился раньше остальных (Приложение 5). Организует обсуждение дополнительных заданий.	Учащиеся, справившиеся с основным заданием раньше остальных, работают на доске с дополнительными заданиями и знакомят класс со своими решением. Учащиеся обсуждают полученные решения, по необходимости корректируют их и записывают в тетрадь.
5. Информация	Дает домашнее задание по вариан-	Записывают задание, за-

о домашнем задании	там. Исследовать функцию и построить ее график: Вариант 1 $y=\frac{1}{2}x^2-x+\frac{1}{2}$ Вариант 2 $y=-3(x-4)^2-1$ Предлагает дополнительное задание для желающих. Дополнительное задание – построить график функции $y=x\|x\|-4$.	дают вопросы при необходимости.
6. Подведение итогов урока, рефлексия.	Предлагает учащимся проанализировать результаты своей работы. Выставляет отметки за урок. Также в качестве рефлексии учащимся можно предложить по кругу высказаться одним предложением, выбирая начало фразы, размещенной на экране или на заранее подготовленных листах: 1. сегодня я узнал… 2. было интересно… 3. было трудно… 4. я выполнял задания… 5. я понял, что… 6. теперь я могу… 7. я почувствовал, что… 8. я приобрел… 9. я научился… 10. у меня получилось … 11. я смог… 12. я попробую… 13. меня удивило… 14. урок дал мне для жизни… 15. мне захотелось…	Высказывают свое мнение, определяют уровень достижения цели. Учащиеся по очереди завершают предложенные фразы.

<u>Приложение 1</u>

Сообщение «Парабола в реальном мире»

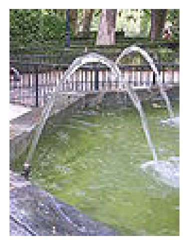
На прошлых уроках мы с вами познакомились со свойствами квадратичной функции и научились строить ее график – параболу.

Парабола – от греческого «пара» - рядом – и «баллейн» - бросать (от второго слова происходит также слово баллистика).

Легко увидеть у параболы ось симметрии. Если вращать параболу вокруг этой оси, то получится поверхность, которая играет основную роль в фарах автомобиля. Такую же поверхность имеют зеркала в телескопах, прожекторах. Дело в том, что лучи света, выходящие из фокуса параболы, отражаясь от нее, дальше движутся по лучам, параллельным оси параболы, и наоборот, поток параллельных лучей (скажем, от далекой планеты или звезды) собирается в фокусе после отражения от такой поверхности. Это свойство параболы также используется в конструкции узконаправленных (спутниковых и других) антенн, необходимых для передачи данных на большие расстояния, солнечных электростанций и в других областях. Форма параболы иногда используется в архитектуре для строительства крыш и куполов.

Точно такую же форму принимает жидкость в цилиндрическом сосуде, если этот сосуд вращать вокруг его оси. Использовав для этой цели ртуть, американский физик Роберт Вуд получил идеальное зеркало для телескопа.

По параболе летит и брошенный вами мяч и пушечное ядро (если не учитывать сопротивление воздуха), я множество всех точек, до которых может долететь такое ядро при разных углах стрельбы из пушки, также ограничено параболой.

Падение баскетбольного мяча	Параболическая солнечная электростанция в Калифорнии (США)	Параболические траектории струй воды	Вращающийся сосуд с жидкостью
			

Приложение 2

Квадратичная (квадратная) функция и ее свойства

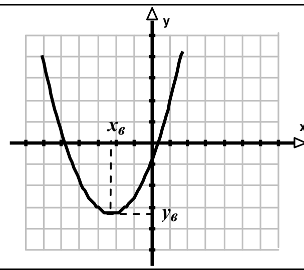
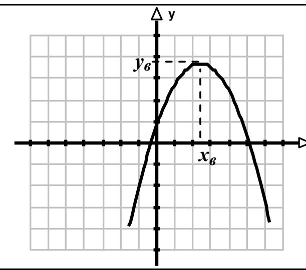
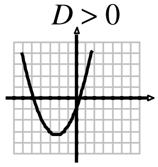
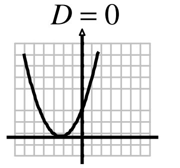
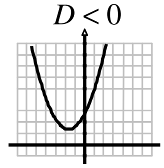
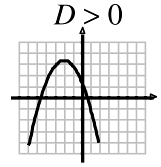
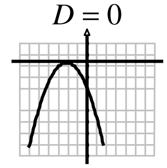
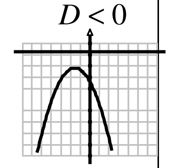
Определение Функция вида $y = ax^2 + bx + c$, где $a;b$ и c - числа и $a \neq 0$, называется **квадратичной** (квадратной) функцией.

Графиком квадратичной функции является ***парабола.***

Координаты вершины параболы: $x_в = -\dfrac{b}{2a}$; $y_в = \dfrac{4ac - b^2}{4a}$.

Если квадратичная функция представлена в виде $y = a(x-n)^2 + m$, то точка $(n;\ m)$ является вершиной параболы.

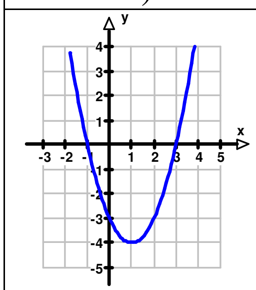
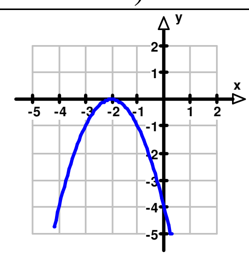
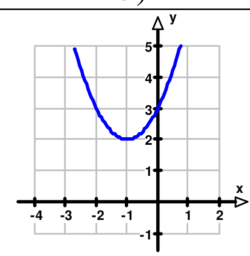
	При $a > 0$ ветви параболы направлены вверх	При $a < 0$ ветви параболы направлены вниз

<table>
<tr><td>График</td><td colspan="3">
</td><td colspan="3">
</td></tr>
<tr><td>1. Область определения</td><td colspan="3">$D = R$</td><td colspan="3">$D = R$</td></tr>
<tr><td>2. Множество значений</td><td colspan="3">$E = [y_в; +\infty)$</td><td colspan="3">$E = (-\infty; y_в]$</td></tr>
<tr><td>3. Наибольшее (наименьшее) значения</td><td colspan="3">$y_{наим} = y_в$</td><td colspan="3">$y_{наиб} = y_в$</td></tr>
<tr><td>4. Промежутки возрастания и убывания функции</td><td colspan="3">Функция убывает на промежутке $(-\infty; x_в]$ и возрастает на промежутке $[x_в; +\infty)$</td><td colspan="3">Функция убывает на промежутке $[x_в; +\infty)$ и возрастает на промежутке $(-\infty; x_в]$</td></tr>
<tr><td>5. Координаты точки пересечения с осью ординат</td><td colspan="3">$(0; c)$</td><td colspan="3">$(0; c)$</td></tr>
<tr><td>6. Ось симметрии параболы</td><td colspan="3">Прямая $x = x_в$</td><td colspan="3">Прямая $x = x_в$</td></tr>
<tr><td>7. Нули функции</td><td>$D > 0$

$x = x_1; x_2$</td><td>$D = 0$

$x = x_в$</td><td>$D < 0$

Нет нулей</td><td>$D > 0$

$x = x_1; x_2$</td><td>$D = 0$

$x = x_в$</td><td>$D < 0$

Нет нулей</td></tr>
<tr><td>8. Промежутки знакопостоянства</td><td>$y > 0$ при $x \in (-\infty; x_1) \cup$ $\cup (x_2; +\infty)$;
$y < 0$ при $x \in (x_1; x_2)$</td><td>$y > 0$ при $x \in (-\infty; x_в) \cup$ $\cup (x_в; +\infty)$</td><td>$y > 0$ при $x \in (-\infty; +\infty)$</td><td>$y > 0$ при $x \in (x_1; x_2)$;
$y < 0$ при $x \in (-\infty; x_1) \cup$ $\cup (x_2; +\infty)$</td><td>$y < 0$ при $x \in (-\infty; x_в) \cup$ $\cup (x_в; +\infty)$</td><td>$y < 0$ при $x \in (-\infty; +\infty)$</td></tr>
</table>

Приложение 3

Решите устно и запишите полученные ответы в тетрадь.

1.	Укажите функции, графиками которых являются параболы: 1) $y = 5x^2 - 3$; 2) $y = 12x - x^3$; 3) $y = 2x - 7^2$; 4) $y = -\frac{x^2}{5}$; 5) $y = \frac{3}{x^2}$.
2.	Укажите параболы, ветви которых направлены вниз:

<table>
<tr><td></td><td>1) $y=5-(x-3)^2$;   2) $y=-8^2\cdot x^2+3x$;   3) $y=\sqrt{13}x^2-6$;
4) $y=3-2x-9x^2$;   5) $y=\frac{x^2}{-2}$.</td></tr>
<tr><td>3.</td><td>Укажите параболу, вершина которой находится в точке $(-3;5)$:
1) $y=(x-3)^2+5$;   2) $y=2x^2+12x+28$;   3) $y=6(x-5)^2+3$;
4) $y=-3x^2+5$;   5) $y=-4(x+3)^2+5$.</td></tr>
<tr><td>4.</td><td>Известно, что ось симметрии некоторой параболы проходит через точку $A(4;-8)$. Найдите абсциссу вершины этой параболы.</td></tr>
<tr><td>5.</td><td>Выберите функцию, не имеющую нулей:
1) $y=-x^2+7x+2$;   2) $y=x^2+2x+3$;   3) $y=4(x-1)^2-3$
4) $y=-3x^2$;   5) $y=4-x^2$.
Укажите график выбранной функции:
<table><tr><td>1)</td><td>2)</td><td>3)</td></tr><tr><td></td><td></td><td></td></tr></table></td></tr>
<tr><td>6.</td><td>Найдите ординату точки пересечения с осью ординат графиков функций:
1) $y=x^2+9x-7$;   2) $y=(x-3)(x+1)$;   3) $y=(x-2)^2+5$.</td></tr>
<tr><td>7.</td><td>Укажите функцию, множеством значений которой является промежуток $(-\infty;6]$:
1) $y=x^2-5x-6$;   2) $y=-(x-4)^2-6$;   3) $y=x^2-6$.</td></tr>
</table>

Приложение 4

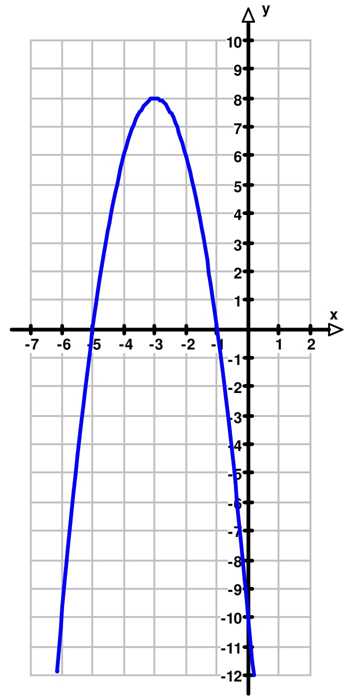
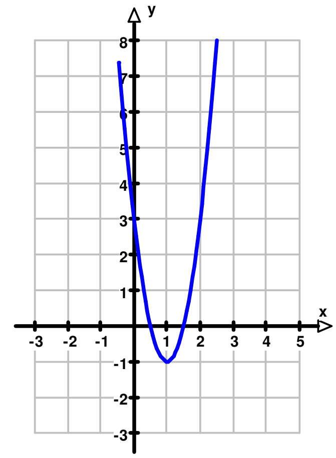
Для предложенных функций заполните таблицу, выполнив необходимые вычисления в тетради.

	Вариант 1	Вариант 2
	Для функции $y=-2(x+3)^2+8$ найдите:	Для функции $y=4x^2-8x+3$ найдите:
1. Область определения		
2. Координаты вершины параболы		
3. Множество значений		
4. Наибольшее (наименьшее) значения		
5. Ось симметрии параболы		
6. Промежутки возрастания и убы-		

вания функции		
7. Нули функции		
8. Промежутки знакопостоянства		
9. Координаты точки пересечения с осью ординат		
10. Постройте график функции		

Ответы к таблице:

	Вариант 1	Вариант 2
	Для функции $y=-2(x+3)^2+8$ найдите:	Для функции $y=4x^2-8x+3$ найдите:
1. Область определения	$D=R$	$D=R$
2. Координаты вершины параболы	$(-3;\ 8)$	$(1;\ -1)$
3. Множество значений	$E=(-\infty;8]$	$E=[-1;+\infty)$
4. Наибольшее (наименьшее) значения	$y_{наиб}=8$	$y_{наим}=-1$
5. Ось симметрии параболы	Прямая $x=-3$	Прямая $x=1$
6. Промежутки возрастания и убывания функции	Функция убывает на промежутке $[-3;+\infty)$ и возрастает на промежутке $(-\infty;-3]$	Функция убывает на промежутке $(-\infty;1]$ и возрастает на промежутке $[1;+\infty)$
7. Нули функции	$x=-1;\ x=-5$	$x=0,5;\ x=1,5$
8. Промежутки знакопостоянства	$y>0$ при $x\in(-5;-1)$; $y<0$ при $x\in(-\infty;-5)\cup(-1;+\infty)$	$y>0$ при $x\in(-\infty;0,5)\cup(1,5;+\infty)$; $y<0$ при $x\in(0,5;1,5)$
9. Координаты точки пересечения с осью ординат	$(0;-10)$	$(0;3)$

10. Постройте график функции		

<u>**Приложение 5**</u>

Дополнительные задания

№1. Постройте график функции $y = \dfrac{x^3 - 5x^2 + 6x}{3 - x}$.

№2. Постройте график функции $y = \left| x^2 - 4x + 3 \right|$.

№3. Постройте график уравнения $|y| = x^2 - 4$.

Список литературы

1. 2600 тестов и проверочных заданий по математике / П.И.Алтынов, Л.И.Звавич, А.И.Медяник. М.: Дрофа, 2000.
2. А.И.Азевич. Рубежные тестовые работы по математике для 5-11 классов / А.И.Азевич. М.: Школьная пресса, 2002.
3. Алгебра: Учебн. для 8 кл. / Ю.Н.Макарычев, Н.Г.Миндюк, К.И.Нешков, С.Б.Суворова. М.: Просвещение, 1994.
4. Алгебра: Учебн. для 9 кл. / Ю.Н.Макарычев, Н.Г.Миндюк, К.И.Нешков, С.Б.Суворова. М.: Просвещение, 2000.
5. Математика для поступающих в колледжи и техникумы / Т.Ф.Кучмель, И.Н.Соболь, В.Н.Теслюк. Минск : Аверсэв, 2005.
6. Тесты по математике: 5-11 классы/ М.: Олимп:Астрель, 1999.

7. Учебно-методическая газета «Математика» / М.: Первое сентября, 2000-2004.
8. Учебно-методический журнал «Математика в школе» / М.: Школа-Пресс, 2004.
9. Сборник заданий для выпускного экзамена по учебному предмету математика на уровне общего базового образования. Минск: Народная асвета, 2009.
10. Галицкий, М.Л. Сборник задач по алгебре для 8-9 классов/ М.Л. Галицкий, А.М. Гольдман, Л.И. Звавич. М.: Просвещение, 1992.
11. Гольдич, В.А. 3000 задач по алгебре для 5-9 классов / В.А.Гольдич, С.Е.Злотин. Санкт-Петербург: Издательский Дом «Литера», 2001.
12. Учебные пособия «Алгебра 8», «Алгебра 9» под редакцией профессора Л.Б.Шнепермана.
13. Учебные пособия «Математика 8», «Математика 9» авторов Л.А. Латотин, Б.Д.Чеботаревский.

«Свойства квадратичной функции и ее график»

Сюжет: На прошлых уроках мы с вами изучили свойства квадратичной функции и научились строить ее график – параболу. Сегодня на уроке нам предстоит обобщить изученный материал с помощью предложенной системы упражнений. Следует отметить, что полученные на уроке навыки анализа учебного материала, умения выделять главное и делать выводы, пригодятся вам и при изучении любого учебного предмета и в повседневной жизни.

Раздел учебной программы: Квадратная (квадратичная) функция

Тема урока: Свойства квадратичной функции и ее график

Тип урока: обобщение и систематизация знаний

Организационная форма проведения урока: фронтальная, работа в парах

Опорные знания к уроку: учащиеся должны:

Знать термины и правильно использовать понятия: функция; аргумент функции; значение функции; график функции; область определения функции; множество (область) значений функции, наибольшее и наименьшее значения функции; нули функции; возрастание функции, убывание функции; промежуток возрастания функции, промежуток убывания функции, промежуток знакопостоянства; линейная функция; прямая пропорциональность; обратная пропорциональность; гипербола; квадратичная (квадратная) функция; вершина параболы.

Уметь строить графики и знать свойства функций $y = kx + b$; $y = \frac{k}{x}$; $y = ax^2 + bx + c$.

Цели урока:

образовательные:

обобщение, систематизация и углубление знаний учащихся о свойствах квадратичной функции; установление причинно-следственных связей между объектами изучения; выделение наиболее существенных закономерностей в рамках содержательной линии программы «Координаты и функции»

развивающие:

совершенствование навыков исследовательской деятельности, коммуникативных способностей;

развитие логического мышления и интеллектуальных умений учащихся (наблюдать, сравнивать, применять ранее полученные знания в новой ситуации, анализировать информацию, делать выводы, обобщать);

воспитательные:

воспитание умения работать в команде, слушать друг друга

способствовать повышению познавательного интереса к предмету, формированию научного мировоззрения.

Оборудование. По возможности – персональный компьютер, проектор. Раздаточный материал к уроку.

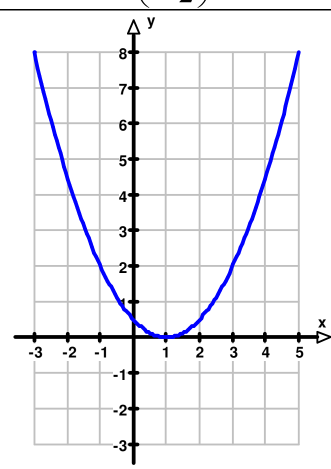
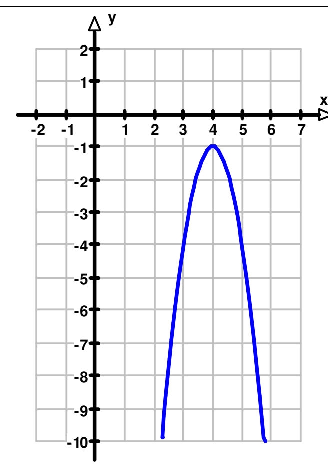
Действия учителя и учащихся на уроке

Содержание работы	**Действия учителя**	**Действия учащихся**
1. Организация урока	Мобилизует учащихся для активной работы на уроке, создает благоприятный психологический настрой.	Настраиваются на активную и продуктивную работу на уроке
2. Мотивация учебной деятельности, постановка целей урока	Сообщает учащимся план урока. Подводит учащихся к формулировке темы и цели урока.	Совместно с учителем формулируют тему и цели урока.
3. Актуализация опорных знаний через анализ домашнего задания	Организует проверку домашнего задания (Приложение 1) в зависимости от возможностей: Если используется проектор – то графики проектируются на экран. Один учащийся готовит дополнительное домашнее задание на доске. Если нет возможности использовать проектор, то у доски работают три учащихся – два строят графики из обязательного домашнего задания, третий работает с дополнительным заданием. Организует взаимопроверку домашнего задания по парам и предлагает учащимся самостоятельно сформулировать вопросы по теме и задать их одноклассникам. Консультирует учащихся. Предлагает учащимся проанализировать решения на доске, задать подготовленные в процессе взаимопроверки вопросы. Задает необходимые вопросы по домашнему заданию, если учащиеся их не сформулировали сами.	Учащиеся работают у доски. Обмениваются тетрадями с домашним заданием и проверяют друг друга. Задают вопросы учителю. Формулируют вопросы по теме, готовятся к обсуждению. Анализируют решения на доске. Задают вопросы классу. Отвечают на вопросы учителя.

	(Например, к №7 – чему равен дискриминант соответствующего квадратного трехчлена? Пришлось ли вам искать дополнительные точки? Имеет ли корни соответствующее квадратное уравнение и сколько? и т.п.)	
4. Выполнение учащимися заданий, позволяющих осуществить воспроизведение и коррекцию опорных знаний, повторение и анализ основных фактов, обобщение и систематизацию изученного	Организует работу по выполнению заданий на урок (Приложение 2). Проверяет результаты работы, выявляет пробелы в знаниях, в зависимости от ответов учащихся формулирует вопросы, как корректирующие знания учащихся, так и дающие возможность анализировать учебный материал, обобщать и делать выводы.	Выполняют задания у доски и в тетрадях. Проверяют полученные результаты, задают вопросы, отвечают на вопросы учителя. Анализируют, обобщают материал и делают выводы.
5. Проверка знаний учащихся	Предлагает выполнить самостоятельную работу (Приложение 3). Проводит необходимый инструктаж по правилам организации работы. Напоминает о том, что только внимательное, вдумчивое, собранное и аккуратное отношение к заданию может позволить достичь максимального результата для каждого. Собирает тетради для проверки.	Выполняют самостоятельную работу по вариантам.
6. Информация о домашнем задании	В качестве домашнего задания предлагает учащимся выполнить роль учителя, выполняя задание «Найди ошибку!» (Приложение 4)	Получают задание, задают уточняющие вопросы.
7. Подведение итогов урока, рефлексия	Предлагает учащимся проанализировать результаты своей работы. Выставляет отметки за урок учащимся, работавшим у доски. Остальным учащимся отметки за урок выставляет после проверки самостоятельной работы.	Высказывают свое мнение, определяют уровень достижения цели.

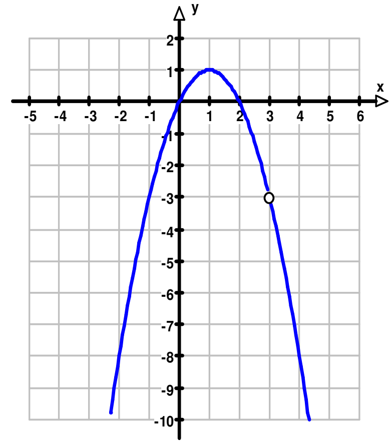
Приложение 1

Таблица ответов домашнего задания.

	Вариант 1	Вариант 2
	Для функции $y=\frac{1}{2}x^2-x+\frac{1}{2}$ найдите:	Для функции $y=-3(x-4)^2-1$ найдите:
1. Область определения	$D=R$	$D=R$
2. Координаты вершины параболы	$(1;\ 0)$	$(4;\ -1)$
3. Множество значений	$E=[0;+\infty)$	$E=(-\infty;-1]$
4. Наибольшее (наименьшее) значения	$y_{наим}=0$	$y_{наиб}=-1$
5. Ось симметрии параболы	Прямая $x=1$	Прямая $x=4$
6. Промежутки возрастания и убывания функции	Функция убывает на промежутке $(-\infty;1]$ и возрастает на промежутке $[1;+\infty)$	Функция убывает на промежутке $[4;+\infty)$ и возрастает на промежутке $(-\infty;4]$
7. Нули функции	$x=1$	не имеет нулей
8. Промежутки знакопостоянства	$y>0$ при $x\in(-\infty;1)\cup(0;+\infty)$	$y<0$ при $x\in(-\infty;+\infty)$
9. Координаты точки пересечения с осью ординат	$\left(0;\frac{1}{2}\right)$	$(0;-49)$
10. Постройте график функции		

Решение дополнительного домашнего задания

Построить график функции $y=\dfrac{x^3-5x^2+6x}{3-x}$



Решение:

$$y=\frac{x^3-5x^2+6x}{3-x};$$

$$y=-\frac{x\left(x^2-5x+6\right)}{x-3};$$

$$y=-\frac{x(x-3)(x-2)}{x-3};$$

$$\begin{cases} y=-x(x-2), \\ x\neq 3; \end{cases} \quad \begin{cases} y=-x^2+2x, \\ x\neq 3; \end{cases} \quad \begin{cases} y=-(x-1)^2+1, \\ x\neq 3. \end{cases}$$

Приложение 2

№1. Используя графики функций из домашнего задания, ответьте на вопросы:

а) пересекаются ли графики функций $y=\frac{1}{2}x^2-x+\frac{1}{2}$ и $y=-3(x-4)^2-1$;

б) пересекает ли график функции $y=\frac{1}{2}x^2-x+\frac{1}{2}$ прямая $y=-\sqrt{3}$;

в) пересекает ли график функции $y=-3(x-4)^2-1$ прямая $x=100$;

г) решите уравнение $-3(x-4)^2-1=-4$.

Можно ли ответить на эти вопросы, не используя построенные графики?

№2.

Вариант 1	Вариант 2
Решите уравнение $x^2-4x+3=-2x+11$ аналитически.	Решите уравнение $x^2-4x+3=-2x+11$ графически.
Решите уравнение $2x^2-1=x^2+4x+4$ графически.	Решите уравнение $2x^2-1=x^2+4x+4$ аналитически.

Является ли графический метод точным? Что необходимо делать при работе с графическим методом?

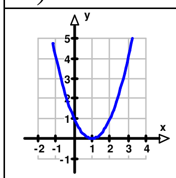
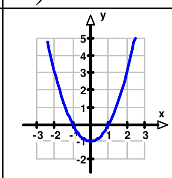
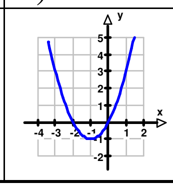
№3. Известно, что графики функций $y=2(x+1)^2-6$ и $y=-3x+b$ имеет общую точку на оси ординат. Найдите число b.

№4. График функции некоторой функции получен из графика функции $y=-x^2$ смещением его на пять единичных отрезков вправо вдоль оси абсцисс и на два единичных отрезка вверх вдоль оси ординат. Найдите ординату точки пересечения полученного графика с прямой $x=-15$.

№5*. Постройте график уравнения $|y|=x^2-6|x|+8$.

Приложение 3

Самостоятельная работа

	Вариант 1	Вариант 2
№1	Выпишите все функции, являющиеся квадратичными: 1) $y=2x^2+3$; 2) $y=7x^2-x^3$; 3) $y=3^2x-2$; 4) $y=7-\sqrt{2}x-\frac{1}{3}x^2$.	Укажите рисунок, на котором изображен график функции $y=x^2-1$: 1)  2)  3) 
№2	Найдите нули функции $y=\frac{1}{3}(x-2)^2-3$	Найдите нули функции $y=-2x^2+5x-2$
№3	Найдите промежуток возрастания функции $y=3x^2+12x-1$	Найдите промежуток убывания функции $y=8-\frac{1}{7}(x+5)^2$
№4	Найдите наибольшее целое число из множества значений функции $y=-5x^2+2x-1$	Найдите наименьшее целое число из множества значений функции $y=6x^2-5x+2$
№5	Постройте график функции $y=x^2-\frac{2x^2}{\lvert x\rvert}+1$.	Постройте график функции $y=x^2+\frac{4x^2}{\lvert x\rvert}+4$.

Приложение 4

Домашнее задание «Найди ошибку»

Укажите номера утверждений, в которых, по-вашему мнению, допущены ошибки. Исправьте найденные ошибки.

Тема: «Квадратичная функция»

1) Областью определения квадратичной функции является множество действительных чисел.
2) Точка с координатами $\left(-\frac{b}{2a};\frac{4ac-b^2}{4a}\right)$ является вершиной параболы $y=ax^2+bx+c$.
3) Ветви параболы $y=7+4x-x^2$ направлены вверх.
4) Функция $y=5-2(x-3)^2$ принимает только положительные значения.
5) График функции $y=3x^2+17$ симметричен относительно начала координат.

6) Функция $y = 7x^2 + 3x + 1$ не имеет наименьшего значения.
7) Функция $y = (x-5)^2 + 2$ убывает на промежутке $(-\infty;2]$
8) Точка с координатами (-4;-3) является вершиной параболы
$y = -\frac{1}{3}(x+4)^2 - 3$
9) График квадратичной функции называется параболой.
10) Парабола $y = 5(x-3)^2 - 2$ получается из параболы $y = 5x^2$ смещением ее на три единичных отрезка влево вдоль оси Ox и на два единичных отрезка вниз вдоль оси Oy.
11) Если $D < 0$, то квадратичная функция не имеет нулей.
12) Наибольшее значение функции $y = -x^2 - 4x - 5$ равно -1.
13) Функция $y = -3x^2$ возрастает на промежутке $[0;+\infty)$
14) График функции $y = ax^2$ проходит через начало координат.
15) Осью симметрии параболы $y = -\frac{2}{5}x^2 - 1$ является прямая $x = -\frac{2}{5}$

Номера заданий с ошибками: 3, 4, 5, 6, 7, 9, 10, 13, 15

Список литературы

1. 2600 тестов и проверочных заданий по математике / П.И.Алтынов, Л.И.Звавич, А.И.Медяник. М.: Дрофа, 2000.
2. А.И.Азевич. Рубежные тестовые работы по математике для 5-11 классов / А.И.Азевич. М.: Школьная пресса, 2002.
3. Алгебра: Учебн. для 8 кл. / Ю.Н.Макарычев, Н.Г.Миндюк, К.И.Нешков, С.Б.Суворова. М.: Просвещение, 1994.
4. Алгебра: Учебн. для 9 кл. / Ю.Н.Макарычев, Н.Г.Миндюк, К.И.Нешков, С.Б.Суворова. М.: Просвещение, 2000.
5. Математика для поступающих в колледжи и техникумы / Т.Ф.Кучмель, И.Н.Соболь, В.Н.Теслюк. Минск : Аверсэв, 2005.
6. Тесты по математике: 5-11 классы/ М.: Олимп:Астрель, 1999.
7. Учебно-методическая газета «Математика» / М.: Первое сентября, 2000-2004.
8. Учебно-методический журнал «Математика в школе» / М.: Школа-Пресс, 2004.
9. Сборник заданий для выпускного экзамена по учебному предмету математика на уровне общего базового образования. Минск: Народная асвета, 2009.
10. Галицкий, М.Л. Сборник задач по алгебре для 8-9 классов/ М.Л. Галицкий, А.М. Гольдман, Л.И. Звавич. М.: Просвещение, 1992.
11. Гольдич, В.А. 3000 задач по алгебре для 5-9 классов / В.А.Гольдич, С.Е.Злотин. Санкт-Петербург: Издательский Дом «Литера», 2001.

12. Учебные пособия «Алгебра 8», «Алгебра 9» под редакцией профессора Л.Б.Шнепермана.
13. Учебные пособия «Математика 8», «Математика 9» авторов Л.А. Латотин, Б.Д.Чеботаревский.

«Квадратные уравнения»

Сюжет: В ходе изучения темы «Квадратные уравнения» мы с вами научились решать полные и неполные квадратные уравнения, работать с прямой и обратной теоремой Виета. Сегодня на уроке мы познакомимся с нестандартным методом решения квадратных уравнений, который позволит существенно экономить время выполнения учебных заданий, что является одним из определяющих факторов на централизованном тестировании.

Раздел учебной программы: Квадратные уравнения

Тема урока: Нестандартные методы решения квадратных уравнений. Решение квадратных уравнений методом «переброски»

Тип урока: новых знаний

Организационная форма проведения урока: фронтальная

Цели урока:

образовательные:

изучить метод «переброски» для решения квадратных уравнений;

развивающие:

совершенствование навыков исследовательской деятельности, коммуникативных способностей;

развитие логического мышления и интеллектуальных умений учащихся (наблюдать, сравнивать, применять ранее полученные знания в новой ситуации, анализировать информацию, делать выводы, обобщать);

воспитательные:

способствовать повышению познавательного интереса к предмету, формированию научного мировоззрения.

Опорные знания к уроку. Учащиеся должны:

Знать термины и правильно использовать понятия: уравнение; корень уравнения;

Знать, что значит решить уравнение; основные приемы равносильных преобразований уравнений;

Уметь решать квадратные уравнения.

Знать и уметь использовать формулы сокращенного умножения

Знать и уметь использовать теорему Виета и теорему, обратную теореме Виета.

Действия учителя и учащихся на уроке

Содер-	**Действия учителя**	**Действия**

жание работы		учащихся
1. Организация урока	Мобилизует учащихся для активной работы на уроке, создает благоприятный психологический настрой.	Настраиваются на активную и продуктивную работу на уроке
2. Актуализация опорных знаний	Учитель предлагает учащимся выполнить задание «Найди ошибку» (Приложение 1). В процессе работы над заданием формулирует уточняющие вопросы по теме, выявляет пробелы в знаниях, корректирует их. Акцентирует внимание на основных моментах темы «Квадратные уравнения». Предлагает учащимся, не используя калькулятор, решить уравнение $222x^2+25x-43=0$.	Выполняют задание, отвечают на вопросы учителя, задают вопросы. Решают предложенное уравнение, сталкиваются с необходимостью извлекать квадрат из пятизначного числа.
3. Целеполагание	После того, как ученики получили дискриминант уравнения, объявляет, что сегодняшний урок посвящен методу, позволяющему решать такие квадратные уравнения устно.	Совместно с учителем формулируют тему и цели урока.
4. Изучение нового материала	Знакомит учащихся с методом «переброски» (Приложение 2). После пятого примера предлагает учащимся вернуться к уравнению $222x^2+25x-43=0$ и решить его методом переброски. Акцентирует внимание учащихся на то, что метод позволяет работать с некоторыми видами квадратных уравнений, имеющих иррациональные коэффициенты.	Записывают в тетрадь теорию и примеры с доски. Решают уравнение методом «переброски», делают выводы об экономичности метода. Записывают решение примеров 7,8.
5. Первичное закрепление материала	Предлагает устно решить квадратные уравнения из учебника, для решения которых раньше ис-	Выполняют предложенные задания в тетрадях, делая минимальные

	пользовалась формула корней квадратного уравнения.	записи
6. Информация о домашнем задании	Дает задание: решить любые десять квадратных уравнений из учебника методом «переброски»	Записывают задание, задают вопросы при необходимости.
7. Рефлексия	Предлагает учащимся высказать свое мнение об уроке, проанализировав результаты своей работы.	Высказывают свое мнение, определяют уровень достижения цели.

Приложение 1

Найдите ошибки и исправьте их
Тема: «Квадратные уравнения»

1) Если $6x^2+3x=0$, тогда $6x+3=0$, $x=-\frac{1}{2}$

2) Если квадратное уравнение имеет вид $2-7x^2+5x=0$, тогда $D=49-4\cdot 2\cdot 5=9$

3) Если первый коэффициент квадратного уравнения отрицательный, то его дискриминант также отрицательный

4) В приведенном квадратном уравнении все коэффициенты равны единице

5) Если $x^2+6x+8=0$, то $x=2$ или $x=4$

6) Если дискриминант меньше нуля, то корни квадратного уравнения можно найти с помощью выделения полного квадрата.

7) Если $x^2=16$, то $x=4$

8) Уравнение $x(x+1)=x^2+2x+3$ сводится к квадратному.

9) Если $\frac{x^2-25}{x-5}=0$, тогда $x^2=25$ и $x=\pm 5$

10) Если $x^2-3x+2=0$, то $x(x-3)=-2$ и $x=-1$ или $x-3=2$

11) Если дискриминант квадратного уравнения равен нулю, то уравнение имеет один корень

12) Если ноль является корнем квадратного уравнения, то его дискриминант также равен нулю.

13) Если квадратное уравнение имеет иррациональные корни, то его коэффициенты – иррациональные числа.

14) Если квадратное уравнение имеет два отрицательных корня, то его дискриминант отрицательный.

15) Уравнение $5x^2=0$ не имеет корней

Номера примеров и утверждений с ошибками: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 12, 13, 14, 15.

Приложение 2

Метод переброски

В последнее время все большую актуальность приобретают методы быстрых, не требующих значительных временных затрат, вычислений. Метод переброски предназначен для тех, кто любит и умеет находить корни квадратного уравнения с помощью теоремы Виета и стремится избавиться от «нудных» вычислений при решении задач. Познакомимся с этим методом подробнее.

Рассмотрим квадратное уравнение вида $ax^2+bx+c=0$ и приведенное квадратное уравнение вида $y^2+by+ac=0$, старший коэффициент которого равен единице, средний коэффициент равен b, а свободный член получен как произведение коэффициентов a и c исходного уравнения (a «перебросилось» к c).

ax^2+bx+c $\quad$ $a\cdot c$ $\quad$ $y^2+by+ac$

$$ax^2+bx+c=0$$

Решим оба квадратных уравнения:

$$ax^2+bx+c=0 \qquad\qquad y^2+by+ac=0$$

Найдем дискриминант каждого уравнения:

$$D=b^2-4ac \qquad\qquad D=b^2-4ac$$

Оказывается, дискриминант первого квадратного уравнения равен дискриминанту второго уравнения!

Найдем корни квадратных уравнений:

$$x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{D}}{2a} \qquad\qquad y_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{D}}{2}$$

Очевидно, что корни первого квадратного уравнения отличаются от корней второго уравнения только делением на первый коэффициент a.

! Таким образом, с помощью теоремы Виета можно найти корни приведенного квадратного уравнения вида $y^2+by+ac=0$ и, разделив их на старший коэффициент a, получить корни неприведенного квадратного уравнения $ax^2+bx+c=0$.

Воспользуемся этим фактом и рассмотрим применение метода переброски при решении неприведенных квадратных уравнений.

Пример 1. Решить уравнение $3x^2-13x+4=0$.

Рассмотрим «вспомогательное» квадратное уравнение $y^2-13y+4\cdot 3=0$ или $y^2-13y+12=0$. С помощью теоремы Виета находим его корни: $y_1=1;\ y_2=12$, делим их на три (старший коэффициент уравнения $3x^2-13x+4=0$) и получаем корни исходного уравнения: $x_1=\frac{1}{3};\ x_2=\frac{12}{3}=4$.

Пример 2. Решить уравнение $9x^2-9x+2=0$.

С помощью теоремы Виета находим его корни уравнения $y^2-9y+18=0$: $y_1=3;\ y_2=6$ и получаем корни исходного уравнения: $x_1=\frac{3}{9}=\frac{1}{3};\ x_2=\frac{6}{9}=\frac{2}{3}$.

Так как основная цель данного метода – это устное решение квадратных уравнений, то попробуем обойтись без формальной записи вспомогательного приведенного квадратного уравнения.

Пример 3. Решить уравнение $3x^2+10x+3=0$.

Найдем числа, сумма которых равна -10, а произведение равно 9 (поскольку $3\cdot 3=9$). Это числа -1 и -9. Тогда корнями исходного уравнения будут числа $x_1=\frac{-1}{3}=-\frac{1}{3};\ x_2=\frac{-9}{3}=-3$.

Пример 4. Решить уравнение $2x^2+5x+2=0$.

В тетради удобно записывать результат «переброски» над свободным членом исходного уравнения: $2x^2+5x+\overset{2\cdot 2=4}{2}=0$.

Находим числа, сумма которых равна -5, а произведение 4, делим их на два (старший коэффициент исходного уравнения) и получаем корни исходного уравнения: $x_1=\frac{-1}{2}=-\frac{1}{2};\ x_2=\frac{-4}{2}=-2$.

Рассмотрим пример уравнения, в котором нет необходимости находить значение произведения старшего коэффициента и свободного члена.

Пример 5. Решить уравнение $39x^2+10x-29=0$.

$39x^2+10x-\overset{39\cdot(-29)}{29}=0$

Очевидно, что сумма чисел -39 и 29 равна -10 (второму коэффициенту исходного уравнения), тогда $x_1=\frac{-39}{39}=-1;\ x_2=\frac{-29}{39}=-\frac{29}{39}$.

Пример 6. Вернемся к решению уравнения $222x^2+25x-43=0$.

Запишем его в виде $222x^2+25x-\overset{222\cdot(-43)}{43}=0$ или $222x^2+25x-\overset{-111\cdot 86}{43}=0$.

Очевидно, что сумма чисел -111 и 86 равна -25 (второму коэффициенту исходного уравнения), тогда $x_1 = \frac{-111}{222} = -\frac{1}{2}$; $x_2 = \frac{86}{222} = \frac{43}{111}$.

В основном метод переброски применяется для решения квадратных уравнений с рациональными коэффициентами. Однако с помощью этого метода можно решать некоторые типы квадратных уравнений, коэффициентами (и корнями) которых являются иррациональные числа.

Пример 7. Решить уравнение $\sqrt{2}x^2 - 5x + 2\sqrt{2} = 0$.

Заметим, что $\sqrt{2} \cdot 2\sqrt{2} = 4$, тогда, получив числа, сумма которых равна 5, произведение равно 4, найдем корни исходного уравнения $x_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$; $x_2 = \frac{4}{\sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$.

Пример 8. Решить уравнение $\left(4-\sqrt{7}\right)x^2 - 10x + \left(4+\sqrt{7}\right) = 0$.

Поскольку $\left(4-\sqrt{7}\right)\cdot\left(4+\sqrt{7}\right) = 16 - 7 = 9$, то исходное уравнение имеет корни $x_1 = \frac{9}{4-\sqrt{7}} = \frac{9\left(4+\sqrt{7}\right)}{9} = 4+\sqrt{7}$; $x_2 = \frac{1}{4-\sqrt{7}} = \frac{4+\sqrt{7}}{9}$.

Приведенные примеры позволяют убедиться, что метод переброски эффективен для решения подавляющего большинства квадратных уравнений. Его использование позволяет существенно сократить время на вычисление корней квадратного уравнения, что дает возможность перераспределения учебного времени или времени проведения контрольной (и, в особенности, тестовой) работы для решения других качественных математических задач.

Список литературы

1. 2600 тестов и проверочных заданий по математике / П.И.Алтынов, Л.И.Звавич, А.И.Медяник. М.: Дрофа, 2000.
2. А.И.Азевич. Рубежные тестовые работы по математике для 5-11 классов / А.И.Азевич. М.: Школьная пресса, 2002.
3. Алгебра: Учебн. для 8 кл. / Ю.Н.Макарычев, Н.Г.Миндюк, К.И.Нешков, С.Б.Суворова. М.: Просвещение, 1994.
4. Алгебра: Учебн. для 9 кл. / Ю.Н.Макарычев, Н.Г.Миндюк, К.И.Нешков, С.Б.Суворова. М.: Просвещение, 2000.
5. Математика для поступающих в колледжи и техникумы / Т.Ф.Кучмель, И.Н.Соболь, В.Н.Теслюк. Минск : Аверсэв, 2005.
6. Тесты по математике: 5-11 классы/ М.: Олимп:Астрель, 1999.
7. Учебно-методическая газета «Математика» / М.: Первое сентября, 2000-2004.
8. Учебно-методический журнал «Математика в школе» / М.: Школа-Пресс, 2004.

9. Сборник заданий для выпускного экзамена по учебному предмету математика на уровне общего базового образования. Минск: Народная асвета, 2009.
10. Галицкий, М.Л. Сборник задач по алгебре для 8-9 классов/ М.Л. Галицкий, А.М. Гольдман, Л.И. Звавич. М.: Просвещение, 1992.
11. Гольдич, В.А. 3000 задач по алгебре для 5-9 классов / В.А.Гольдич, С.Е.Злотин. Санкт-Петербург: Издательский Дом «Литера», 2001.
12. Учебные пособия «Алгебра 8», «Алгебра 9» под редакцией профессора Л.Б.Шнепермана.
13. Учебные пособия «Математика 8», «Математика 9» авторов Л.А. Латотин, Б.Д.Чеботаревский.

«Угол как мера поворота»

1. Сюжет

***Предоставление ситуации в воображаемой обстановке для раскрытия темы*:**

Сегодня у нас путешествие на планету под названием «Тригонометрия». Мы познакомимся с углами, величина которых больше чем 360°.

Для работы Вы приготовили из картона круги с системой координат с началом в центре круга и стрелкой, которая закреплена в центре круга. Во время нашего путешествия мы узнаем, как отмечать углы разной величины, даже в 1000°, а также узнаем положительные и отрицательные углы.

Постановка целей и проблемных вопросов темы урока:

Целью нашего урока является:

во-первых, введение понятия угла поворота;

во-вторых, введение понятия (единичной) тригонометрической окружности;

в-третьих, формирование умения строить (отмечать) углы, кратные 30°, 60°, 45°.

Проблемные вопросы:

а) на которые учащиеся могут ответить:

На сколько градусов повернется часовая стрелка за 1 сутки? Сколько градусов содержит окружность, полуокружность, четверть окружности?

б) ответы, на которые требуют введения нового материала:

На сколько градусов повернется часовая стрелка за 2 суток? за 5 суток?

Как отличать углы одинаковые по величине углы, на которые повернется часовая стрелка, если в одном случае поворот совершен «по часовой стрелке» в другом случае «против часовой стрелки»?

Представленные цели предполагают решение следующих задач:

а) учебные*: дать определение угла поворота, сформулировать понятие положительного и отрицательного углов поворота;*

б) развивающие: *сформировать в ходе выполнения практических заданий умение строить на модели, а затем в тетради на чертеже углы, кратные* 90°, 30°, 45°, 60°;

в) воспитательные: *воспитывать культурно-историческое мышление на материале истории развития тригонометрии, культуру мышления и речи.*

2) Ролевые взаимодействия между участниками образовательного процесса

В процессе проведения урока можно работать индивидуально или группами.

***Роль учителя*:** управление путешествием.

Роль учащихся:

а) группа учащихся, которые работают в центре координации путешествия вместе с учителем дополнительно с выполнением общих заданий, будут руководить всем путешествием;

б) группа учащихся, которые будут выполнять команды центра управления.

В ходе урока могут возникать другие временные группы, в зависимости от подготовки учащихся.

Описание различных типов деятельности между участниками образовательного процесса:

а) коммуникативная деятельность (между командами на маршрутах и центром управления путешествием),

б) оценочная деятельность;

в) аналитическая деятельность.

На уроке учащимся будет предложена презентация по данной теме.

3. Ситуации по реализации взаимодействия участниками образовательного процесса

Деятельность учителя	**Деятельность учащихся**	**Деятельность учителя в зависимости от деятельности учащихся**
Мы сегодня отправляемся на планету «Тригонометрия». На нашем слайде путешествий мы видим космическую станцию «Измерение углов», которая находится на орбите данной планеты. На станции есть различные боксы: для положительных и отрицательных углов, для острых, тупых, сверхтупых углов и остальных, которые больше 360°. Также здесь имеется специальный диагностический стенд, на котором определяют величину каждого угла. Угол своей вершиной помещается в центр определенного круга на этом стенде, одна сторона угла совмещается с горизонтальной осью, а вторая пересекает окружность в определенной точке. На окружности нанесены деления от 0	Учащиеся слушают	Учитель ставит цель урока

до 360 против часовой стрелки, по которым и определяется величина угла. Во время диагностики угол должен показать свой паспорт, в котором указано, сколько полных оборотов и в каком направлении относительно хода часовой стрелки он сделал при «рождении» прежде, чем занять окончательное положение. Далее смотрят, на какое деление приходится второй луч. Углы поворота, сторона которых приходится на одно и то же деление окружности, считаются родными углами. Например, углы в $30°$, $390°$, $750°$. Мы поработаем на этой станции и попробуем выполнять два вида заданий: 1) определять по форме угла, заданному количеству полных оборотов и направлению вращения величину угла; 2) производить (строить) углы по заданным характеристикам.		
Вначале ответим на ряд вопросов, которые помогут нам разбиться на команды и уточнить цель предстоящего путешествия. 1. Величина какого угла называется градусом? 2. Чему равна градусная мера окружности? 3. Чему равна градусная мера полуокружности? 4. Как переводится слово «тригонометрия»?	Учащиеся дают ответы	Учитель, в зависимости от ответов учащихся осуществляет распределение учащихся на две группы: центр управления путешествием и группа для работы на космической станции.
Углом поворота называется угол, на который поворачивается один из лучей угла, когда второй остается неподвижным. Если поворот совершен против хода часовой стрелки, то угол считается положительным, а если по ходу – то отрицательным. Углы измеряют и строят при помощи единичной окружности – это	Слушают учителя, пытаются анализировать полученную информацию.	Сообщает информацию.

окружность радиуса, центр которой совмещен с началом координат. Учащиеся, которые правильно ответили на вопросы вначале путешествия и поняли сообщенную информацию, будут переходить в центр управления и помогать координации путешествия. Что ж, в добрый путь, ребята! Испытание № 1 На станции космической станции ребята встретили несколько углов поворота. Необходимо выяснить их величину, если известно из паспорта угла, сколько оборотов и в какую сторону относительно хода часовой стрелки сделано. Испытание № 2 Необходимо изобразить (построить) на тригонометрической окружности углы равные: $390°$; $-120°$; $780°$; $-9135°$. Как видим, у ребят при построении угла $-9135°$. Они не знают, как упростить работу. Центр управления путешествием посылает на станцию радиограмму: может быть вам поможет деление числа 9135 на 360.	1) Учащиеся получают прозрачные карточки слайды с изображением угла, указанием количества оборотов и направления поворота. Они индивидуально или по группам пытаются определить величину углв накладывая слайды на изображение единичной окружности с нанесенными делениями градусов (можно воспользоваться транспортиром). 2) Учащиеся индивидуально или по группам строят заданные	Учитель и группа координации дают оценку проделанной работе. С помощью ребят центра управления разбираются с углом поворота в $-9135°$.

Испытание № 3 Нужно распределить следующие углы по боксам. В бокс I помещаются углы заканчивающиеся в I четверти, в бокс II – заканчивающиеся во II четверти, в бокс III – заканчивающиеся в III четверти, в бокс IV – заканчивающиеся в IV четверти. Углы, которые находятся в точках пересечения координатных осей с окружность, помещаются в карантин. Даны углы: $36°$, $128°$, $-350°$, $270°$, $1200°$, $-420°$, $640°$, $-180°$, $-45°$, $310°$, $370°$, $-1000°$, $480°$, $-495°$, $720°$. Результаты всех испытаний следует записать в бортовом журнале. Для пропуска на планету «Тригонометрия» учащиеся должны заполнить маршрутный лист. Учитель раздает карточки с изображением тригонометрической окружности, в которых учащиеся выполняют 3 задания:	углы на принесенных моделях единичных окружностей. 3) часть учащихся отбирает углы для карантина, другие определяют четверть для оставшихся углов.	Учитель с ребятами из центра управления полетом следит за правильностью работы. Они вместе координирует действия учащихся.
Образцы заданий: 1. Отметьте на тригонометрической окружности все точки соответствующие углам поворота, кратным $30°$. Подпишите углы величиной от $0°$ до $360°$. 2. Отметьте на тригонометрической окружности все точки соответствующие углам поворота, кратным $60°$. Подпишите углы величиной от $0°$ до $360°$.	Каждый самостоятельно выполняет задание на карточке	Учитель собирает карточки и делает разбор заданий на доске.

3. Отметьте на тригонометрической окружности все точки соответствующие углам поворота, кратным $45°$. Подпишите углы величиной от $0°$ до $360°$.		

4. Подведение итогов

Сегодня на уроке мы должны были познакомиться с углами поворота. Научились определять величину угла поворота и строить при помощи тригонометрической окружности углы поворота.

Посмотрите на наш слайд и ответьте на вопросы:

1. Какой угол поворота считается положительным, а какой отрицательным?
2. В какой четверти заканчивается угол поворота, полученный от трех полных оборотов и еще поворота на $170°$ в положительном направлении?
3. В какой четверти заканчивается угол поворота, полученный от пяти полных оборотов и еще поворота на $120°$ в отрицательном направлении?

«Радианная мера углов и дуг»

1. Сюжет

Предоставление ситуации в воображаемой обстановке для раскрытия темы:

Сегодня у нас продолжение путешествия на планету под названием «Тригонометрия». На космической станции мы научились измерять и строить углы любой градусной меры. Такие углы называются углами поворота. Сегодня мы познакомимся с новой мерой углов и дуг.

Для работы Вы принесли сделанные к прошлому уроку круги с системой координат с началом в центре круга и стрелкой, которая закреплена в центре круга. Во время нашего путешествия мы вспомним другую меру угла – 1 радиан и научимся переводить углы поворота из градусной меры в радианную и наоборот.

Постановка целей и проблемных вопросов темы урока:

Целью нашего урока является:

во-первых, введение (повторение) понятия 1 радиана;

во-вторых, введение связи градусной и радианной меры развернутого угла;

в-третьих, формирование умения переводить градусную меру угла в радианную и наоборот.

Проблемные вопросы:

а) на которые учащиеся могут ответить:

В 9 классе на уроках геометрии вы познакомились с новой мерой углов – 1 радианом. Что такое 1 радиан? Сколько радиан содержит развернутый угол? прямой угол?

б) ответы, на которые требуют введения нового материала:

Сколько радиан содержит полный угол, сколько радиан содержит окружность? Сколько радиан содержит отрицательный угол поворота равный трем полным оборотам против часовой стрелки?

Представленные цели предполагают решение следующих задач:

а) учебные*: дать определение 1 радиана;*

б) развивающие: *сформировать в ходе выполнения практических заданий умение строить на модели, а затем в тетради на чертеже углы, кратные* π, $\frac{\pi}{2}$, $\frac{\pi}{6}$, $\frac{\pi}{3}$ *и* $\frac{\pi}{4}$ *радиан; развивать абстрактное мышление учащихся.*

в) воспитательные: *воспитывать культурно-историческое мышление на материале истории развития тригонометрии, культуру мышления и речи.*

2) Ролевые взаимодействия между участниками образовательного процесса

В процессе проведения урока можно работать индивидуально или группами.

Роль учителя**:** управление путешествием.

Роль учащихся:

а) группа учащихся, которые работают в центре координации путешествия вместе с учителем дополнительно с выполнением общих заданий, будут руководить всем путешествием;

б) группа учащихся, которые будут выполнять команды центра управления.

В ходе урока могут возникать другие временные группы, в зависимости от подготовки учащихся.

Описание различных типов деятельности между участниками образовательного процесса:

а) коммуникативная деятельность (между командами на маршрутах и центром управления путешествием),

б) оценочная деятельность;

в) аналитическая деятельность.

На уроке учащимся будет предложена презентация по данной теме.

3. Ситуации по реализации взаимодействия участниками образовательного процесса

Деятельность учителя	Деятельность учащихся	Деятельность учителя в зависимости от деятельности учащихся
Мы сегодня снова отправляемся на космическую станцию «Измерение углов», которая находится на орбите планеты «Тригонометрия». В прошлый раз мы побывали на специальном диагностическом стенде, на котором определяют градусную меру каждого угла. Напомним, что во время диагностики мы пользовались паспортом угла, в котором указано, сколько в нем полных оборотов и в каком направлении относительно хода часовой стрелки они сделаны прежде, чем он занял окончательное положение. Сегодня мы побываем в исследовательской лаборатории, где углы переводят из	Учащиеся слушают	Учитель ставит цель урока

градусов в радианы и наоборот. 1 **радиан – это величина центрального угла, который опирается на дугу окружности, длиной в 1 радиус**. Он приближенно равен 57°. Поскольку длина полуокружности равна πR, то развернутый угол равна π радиан, то есть 3,14... радиан. Мы поработаем в лаборатории на космической станции и попробуем выполнять два вида заданий: 1) переводить углы, кратные 90°, 30°, 60° и 45° в радианы; 2) переводить углы из радианной меры в градусную.		
Вначале ответим на ряд вопросов, которые помогут нам разбиться на команды. 1. Величина какого угла называется 1 радианом? 2. В какой четверти находится угол, равный 2 радиана, 3 радиана, 6 радиан? 3. Чему равна градусная мера чет верти окружности? 4. Какой угол больше: который содержит π градусов или π радиан?	Учащиеся дают ответы используя принесенные тригонометрические круги из картона.	
Правило I. Для перевода углов из градусной меры в радианную пользуются пропорцией: $180^\circ - \pi$ ðàä. $\alpha^\circ - \quad x$ ðàä. Отсюда $x = \frac{\alpha^\circ \cdot \pi}{180^\circ}$. Правило II. Для перевода углов из радианной меры в градусную: а) пользуются той же пропорцией; б) заменят π на 180°.	Слушают учителя, пытаются анализировать полученную информацию.	Учитель, в зависимости от ответов учащихся осуществляет распределение учащихся на две группы: центр управления путешествием и группа для работы на космической станции.
Учащиеся, которые правильно ответили на вопросы вначале путешествия и поняли сообщенную информацию, будут переходить в центр управления и помо-		Сообщает информацию.

гать координации путешествия. Что ж, в добрый путь, ребята! Лабораторное исследование № 1. На диагностических картах (бланках с таблицами) учащиеся кругах ставят в соответствие углам в $0°$, $30°$, $45°$, $60°$, $90°$, $120°$, $135°$, $150°$, $180°$, $210°$, $225°$, $240°$, $270°$, $300°$, $315°$, $330°$, $360°$. Лабораторное исследование № 2. Необходимо отметить на тригонометрической окружности точки, которые соответствуют углам: а) $0;\ \frac{\pi}{2};\ \pi;\ \frac{3\pi}{2};\ 2\pi.$ б) $\frac{\pi}{6};\ \frac{2\pi}{6}=\frac{\pi}{3};\ \frac{3\pi}{6};\ \frac{4\pi}{6}=\frac{2\pi}{3};\ \frac{5\pi}{6};\ \frac{6\pi}{6}=\pi;\ \frac{7\pi}{6};\ \frac{8\pi}{6}=\frac{4\pi}{3};\ \frac{9\pi}{6}=\frac{3\pi}{2};\ \frac{10\pi}{6}=\frac{5\pi}{3};\ \frac{11\pi}{6};\ \frac{12\pi}{6}=2\pi.$ в) $\frac{\pi}{3};\ \frac{2\pi}{3};\ \frac{3\pi}{3}=\pi;\ \frac{4\pi}{3};\ \frac{5\pi}{3};\ \frac{6\pi}{3}=2\pi;$ г) $\frac{\pi}{4};\ \frac{2\pi}{4}=\frac{\pi}{2};\ \frac{3\pi}{4};\ \frac{4\pi}{4}=\pi;\ \frac{5\pi}{4};\ \frac{6\pi}{4}=\frac{3}{2}\pi;\ \frac{7\pi}{4};\ \frac{8\pi}{4}=2\pi.$	 1) Учащиеся заполняют таблицы перевода градусной меры в радианную для углов: $0°$, $30°$, $45°$, $60°$, $90°$, $120°$ и т.д. до $360°$. 2) Учащиеся индивидуально или по группам строят заданные в радианах углы на принесенных моделях единичных окружностей, отмечая на окружности точки, которые соответствуют углам поворота, кранным $\frac{\pi}{2},\ \frac{\pi}{6},\ \frac{\pi}{3},\ \frac{\pi}{4}.$	 Учитель и группа координации дают оценку проделанной работе.
Лабораторное исследование № 3. Нужно отметить на тригонометрической окружности точки, соответствующие следующим углам поворота: а) $\frac{13\pi}{6};\ -\frac{15\pi}{4};\ \frac{13\pi}{6};\ \frac{5\pi}{8};\ \frac{5\pi}{12};$ б) 3 рад., 5 рад., 6 рад., –10 рад.	3) учащиеся отмечают на тригонометрической окружности точки, которые	Учитель с ребятами из центра управления полетом следит за правильно-

Как видим, у ребят при построении угла –10 рад. Они не знают, как упростить работу. Центр управления путешествием посылает на станцию радиограмму: может быть вам поможет информация: $\pi \approx 3{,}1415$ и деление числа 15 на 3,1415. Результаты всех лабораторных исследований следует записать в бортовом журнале. Для пропуска на планету «Тригонометрия» учащиеся должны заполнить маршрутный лист. Учитель раздает карточки с изображением тригонометрической окружности, в которых учащиеся выполняют 3 задания: Образцы заданий: 1. Отметьте на тригонометрической окружности точку, соответствующие углу поворота, равному $\frac{59\pi}{18}$. 2. Запишите в радианах угол поворота, если известно, что он отрицательный, заканчивается в точке соответствующей углу $\frac{3\pi}{4}$ и меньше -8 радиан.	соответствуют заданным в радианах углам поворота. Каждый самостоятельно выполняет задание на карточке	стью работы. Они вместе координирует действия учащихся. С помощью ребят центра управления разбираются с углом поворота в –10 рад. Учитель собирает карточки и делает разбор заданий на доске используя формулу $\alpha = 2\pi n + \varphi$, где $0 \le \varphi < 2\pi$.

4. Подведение итогов

Сегодня на уроке мы должны были познакомиться с углами поворота, выраженными в радианах. Научились определять переводить градусную меру угла в радианную и наоборот.

Посмотрите на наш слайд и ответьте на вопросы:

1. Что называется радианом?
2. Сколько радиан содержит угол, равный $90°$, $180°$, $360°$?

3. Сколько градусов содержит угол, равный $\frac{2\pi}{3}$, $\frac{3\pi}{4}$, $\frac{5\pi}{6}$ радиан?

«Синус, косинус, тангенс, котангенс произвольного угла»

1. Сюжет

***Предоставление ситуации в воображаемой обстановке для раскрытия темы*:**

Сегодня мы, наконец, побываем на самой планете «Тригонометрия». С космической станции на нее отправляются разного вида углы, с разным измерением: градусным и радианным, как положительные, так и отрицательные. На планете по прибытию углов сотрудники специальной службы определяют для каждого угла его тригонометрические характеристики: синус, косинус, тангенс и котангенс. Все это заносится в паспорт угла, и он может совершать путешествие по планете.

Для работы Вы принесли сделанные ранее тригонометрические круги со стрелкой, которая закреплена в центре круга. С их помощью мы будем находить тригонометрические функции разных углов.

Постановка целей и проблемных вопросов темы урока:

Целью нашего урока является:

во-первых, введение определения тригонометрических функций произвольного угла;

во-вторых, формирование умений находить при помощи модели (тригонометрической окружности) значения тригонометрических функций;

во-вторых, ввести понятия линии синусов, линии косинусов, линии тангенсов и линии котангенсов; сформировать умения находить при помощи модели (тригонометрической окружности) значения тригонометрических функций;

Проблемные вопросы:

а) на которые учащиеся могут ответить:

Как определялся в геометрии синус, косинус, тангенс и котангенс острого угла прямоугольного треугольника? Как определялся в геометрии синус, косинус, тангенс и котангенс угла от $0°$ до $180°$? Какими формулами были связаны тригонометрические функции друг с другом?

б) ответы, на которые требуют введения нового материала:

Как определить синус, косинус, тангенс и котангенс для произвольного угла поворота так, чтобы это не противоречило уже известному? Как доказать, что данное определение функций удовлетворяет тем же формулам связи между функциями?

Представленные цели предполагают решение следующих задач:

а) учебные: *дать определение единичной окружности;*

б) развивающие: *дать определение синуса, косинуса, тангенса и котангенса произвзольного угла поворота; дать понимание линии синусов, лини косинусов, линии тангенсов и линии котангенсов; сформировать в ходе выполнения* *практических заданий умение строить на модели, а затем в тетради на чертеже синус, косинус, тангенс и котангенс произвольного угла поворота. углы, а также для углов кратных* π, $\frac{\pi}{2}$, $\frac{\pi}{6}$, $\frac{\pi}{3}$ *и* $\frac{\pi}{4}$ *радиан; развивать абстрактное мышление учащихся.*

в) воспитательные: *воспитывать культурно-историческое мышление на материале истории развития тригонометрии, культуру мышления и речи.*

2) Ролевые взаимодействия между участниками образовательного процесса

В процессе проведения урока можно работать индивидуально или группами.

Роль учителя**:** управление путешествием.

Роль учащихся:

а) группа учащихся, которые работают в центре координации путешествия вместе с учителем дополнительно с выполнением общих заданий, будут руководить всем путешествием;

б) группа учащихся, которые будут выполнять команды центра управления.

В ходе урока могут возникать другие временные группы, в зависимости от подготовки учащихся.

Описание различных типов деятельности между участниками образовательного процесса:

а) коммуникативная деятельность (между командами на маршрутах и центром управления путешествием),

б) оценочная деятельность;

в) аналитическая деятельность.

На уроке учащимся будет предложена презентация по данной теме.

3. Ситуации по реализации взаимодействия участниками образовательного процесса

Деятельность учителя	**Деятельность учащихся**	**Деятельность учителя в зависимости от деятельности учащихся**
Сегодня мы, наконец, побываем на планете «Тригонометрия». С космической станции на нее отправляются разного вида углы. На планете по прибытию углов сотрудники специальной службы	Учащиеся слушают	Учитель ставит цель урока

определяют синус, косинус, тангенс и котангенс ля каждого угла. Все это заносится в паспорт угла, и он может совершать путешествие по планете. **Синусом** угла поворота называется вторая координата точки единичной окружности, **косинусом** – первая координата, тангенсом – отношение второй координаты к первой, котангенсом – отношение первой координаты ко второй. Мы поработаем в лаборатории на космической станции и попробуем выполнять два вида заданий: 1) отмечать проекции точки на единичной окружности на оси координат (линию синус и косинусов) а также на линию тангенсов и котангенсов. 2) находить синус, косинус, тангенс и котангенс для углов кратных π, $\frac{\pi}{2}$, $\frac{\pi}{6}$, $\frac{\pi}{3}$ *и* $\frac{\pi}{4}$. Вначале ответим на ряд вопросов, которые помогут нам разбиться на команды. 1. Сколько радиан содержит угол $390°$? 2. Сколько градусов содержит угол $\frac{11\pi}{4}$ радиан? 3. Что называется синусом, косинусом, тангенсом острого угла? 4. Что называется синусом, косинусом, тангенсом острого угла от 0 до π? Учащиеся, которые правильно ответили на вопросы вначале путешествия и поняли сообщенную информацию, будут переходить в центр управления и помогать координации путешествия. Что ж, в добрый путь, ребята! Задание № 1.	Учащиеся дают ответы используя принесенные тригонометрические круги из картона. Слушают учителя, пытаются анализировать полученную информацию.	Учитель, в зависимости от ответов учащихся осуществляет распределение учащихся на

На единичной окружности определить синус, косинус, тангенс и котангенс углов: $0°$, $30°$, $45°$, $60°$, $90°$, $120°$, $135°$, $150°$, $180°$, $210°$, $225°$, $240°$, $270°$, $300°$, $315°$, $330°$, $360°$. Задание № 2. Необходимо отметить на тригонометрической окружности проекции точек, которые соответствуют углам, на линии синуса косинуса тангенса и котангенса и записать соответствующие значения тригонометрических функций: а) $0;\ \frac{\pi}{2};\ \pi;\ -\frac{3\pi}{2};\ 2\pi.$ б) $\frac{\pi}{6};\ -\frac{\pi}{6};\ \frac{\pi}{3};\ -\frac{\pi}{3};\ \frac{2\pi}{3};\ -\frac{2\pi}{3};\ \frac{5\pi}{6};\ -\frac{7\pi}{6};\ \frac{4\pi}{3};\ \frac{5\pi}{3};\ \frac{11\pi}{6}.$ в) $\frac{\pi}{4};\ -\frac{\pi}{4};\ \frac{3\pi}{4};\ -\frac{3\pi}{4};\ \frac{5\pi}{4};\ \frac{7\pi}{4}.$ Лабораторное исследование № 3. Нужно найти синус и косинус указанных углов и отметить их соответствующие значения на осях: а) $\frac{13\pi}{6};\ -\frac{15\pi}{4};\ \frac{13\pi}{6};\ \frac{5\pi}{8};\ \frac{5\pi}{12};$ Нужно найти синус и косинус указанных углов и сравнить их значения: б) 3 рад., 5 рад., 6 рад., –10 рад. Результаты всех лабораторных исследований следует записать в бортовом журнале. Для пропуска на планету «Тригономет-	1) Учащиеся заполняют таблице значений указанный функций. 2) Учащиеся индивидуально или по группам строят заданные в радианах углы на принесенных моделях единичных окружностей, и находят значения соответствующих тригонометрических функций. 3) учащиеся отмечают на тригонометрической окружности точки, которые	две группы: центр управления путешествием и группа для работы на космической станции. Сообщает информацию. Учитель и группа координации дают оценку проделанной работе.

рия» учащиеся должны заполнить маршрутный лист. Учитель раздает карточки с изображением тригонометрической окружности, в которых учащиеся выполняют 3 задания: Образцы заданий: 1. Найти тригонометрические функции угла, равного $\frac{59\pi}{18}$. 2. Сравните, что больше: $\sin 10$ или $\sin 10$.	соответствуют заданным в радианах углам поворота и находят и сравнивают значения тригонометрических функций. Каждый самостоятельно выполняет задание на карточке	Учитель с ребятами из центра управления полетом следит за правильностью работы. Они вместе координирует действия учащихся. С помощью ребят центра управления разбираются с углом поворота в –10 рад и его функциями. Учитель собирает карточки и делает разбор заданий на доске.

4. Подведение итогов

Сегодня на уроке мы должны были познакомиться тригонометрическими функциями с углов поворота. Научились определять синус, косинус, тангенс и котангенс углов, кратных $30°$, $60°$ и $45°$.

Посмотрите на наш слайд и ответьте на вопросы:

1. Чему равен синус угла, равного $90°$, $180°$, $360°$?
2. Чему равен косинус угла, равного $\frac{2\pi}{3}$, $\frac{3\pi}{4}$, $\frac{5\pi}{6}$ радиан?