**11 класс**

# «Цилиндр. Площадь поверхности цилиндра»

***Сюжет:*** представление ситуации в тематическом аспекте.

Сегодня на уроке мы начинаем новую тему «Тела вращения» и познакомимся с одним из таких тел – цилиндром. Нами будут изучены необходимые определения, выведены формулы для вычисления площади боковой и полной поверхностей цилиндра, а также решен ряд задач практического содержания по теме «Цилиндр. Площади боковой и полной поверхностей цилиндра»

***Тип урока:*** урок ознакомления с новым материалом.

***Организационная форма проведения урока:*** фронтальная, индивидуальная (или в группах).

***Основной методологический подход в организации проведения урока –*** экспериментально – демонстративный.

***Цели урока:***

1. Ознакомление с определениями цилиндра, поверхности цилиндра, оснований цилиндра, боковой поверхности цилиндра, образующей и радиуса цилиндра, оси цилиндра, высоты цилиндра. Вывод формул для вычисления площади боковой и полной поверхностей цилиндра. Применение этих формул для решения задач практического содержания.
2. Развитие пространственных представлений учащихся, умения четко формулировать определения и математические понятия. Развитие способности к анализу, умению экспериментировать, делать выводы, выдвигать гипотезы и проверять их на практике. Развитие творческих способностей учащихся, культуры устной речи; развитие коммуникативных способностей.
3. Воспитание дисциплинированности, трудолюбия, целеустремленности, внимательности, познавательного интереса, любознательности. Стимулирование инициативности учащихся путем создания условий для самостоятельной работы с предлагаемым учебным материалом; способствование воспитанию активной жизненной позиции и позитивного отношения к учебе.

***Демонстрационное оборудование:*** классная доска, модели и развертки цилиндров, раздаточный материал.

***Опорные знания к уроку***: понятия: прямоугольника, круга, окружности; формулы: площади прямоугольника, длины окружности, площади круга.

***Формируемые знания и умения:*** учащиеся должны знать определение цилиндра, образующей и радиуса цилиндра; знать формулы для вычисления площади боковой и полной поверхностей цилиндра; уметь применять полученные знания при выполнении несложных задач на нахождение площадей боковой и полной поверхностей цилиндра.

***Структура урока:***

1. Организационный момент (1 мин).
2. Ознакомление с планом урока, постановка образовательной цели урока (2 мин).
3. Актуализация необходимых для изучения нового материала знаний (4 мин)
4. Изучение нового материала: знакомство с новым геометрическим телом (телом вращения) – цилиндром, его определением, характеристическими особенностями, элементами цилиндра, их названиями (15 мин).
5. Первичное закрепление новых знаний в ходе выполнения самостоятельной работы и ответов на устные вопросы (20 мин).
6. Подведение итогов урока (2 мин).
7. Постановка домашнего задания (1 мин).

Ход урока:

| № | Этапы урока | Деятельность | |
|---|---|---|---|
| | | учителя | учащихся |
| 1 | Организационный момент. Сообщение темы, образовательной цели урока, мотивация учебной деятельности. | Приветствует учащихся. Объявляет тему урока, цель урока. Ориентирует учащихся на эффективную работу на уроке, необходимость качественного усвоения знаний. Обращает внимание учащихся на новизну изучаемого геометрического тела, важность данной темы, ее влиянии на дальнейшее изучение стереометрии. Сообщает, что после изучения нового материала, классу будут предложены задания и вопросы по усвоению полученных знаний и наиболее успешные в ответах ученики будут оценены, т.е. сообщает план урока. | Приветствуют учителя, записывают в тетрадь тему урока, принимают участие в обсуждении целей урока, знакомятся с планом урока. |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 2 | Актуализация необходимых знаний. | Предлагает учащимся выполнить задания для подготовки к изучению новой темы (задания в распечатанном виде находятся на партах учеников). Контролирует правильность выполнения заданий, задает дополнительные вопросы. | Выполняют в тетрадях задания, предложенные учителем, вспоминают необходимые формулы, отвечают на вопросы учителя. |
| 3 | Изучение нового материала через демонстрацию моделей цилиндра, изучение моделей разверток цилиндров. | Для того чтобы у учащихся создалось правильное представление о телах вращения, учитель показывает им несколько моделей, демонстрирующих образование поверхностей и объема тела при вращении соответствующей фигуры вокруг оси. Для большей наглядности площадь фигуры окрашивается в один цвет, а ее края – в другой. Учитель обращает внимание учащихся на то, что поверхность тела вращения образуется сторонами вращающейся фигуры, а объем тела – ее площадью. Приводит необходимые определения (*перечень вопросов для изучения*), руководит и контролирует вывод формул для вычисления площадей боковой и полной поверхностей цилиндра. | Изучают новое геометрическое тело, слушая объяснение учителя, делают в тетради необходимые записи и чертежи. По подготовленным заранее разверткам поверхностей цилиндров выдвигают гипотезы о формулах боковой и полной поверхностях цилиндра, выводят эти формулы, проведя необходимое доказательство. Записывают формулы в тетрадь. |
| 4 | Выполнение самостоятельной работы и ответы на устные вопросы. | Предлагает учащимся выполнить самостоятельную работу по закреплению изученного | Выполняют самостоятельно (или в группах) работу по закреплению новой темы. Задают во- |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | | материала. Отвечает на возникающие вопросы учащихся, контролирует правильность выполнения работы. Предлагает учащимся вопросы для проверки качества первичного усвоения нового материала (они могут быть распечатаны на листах и находится на каждой парте или же выводится на экран из ранее подготовленной презентации). Проводит обсуждение вопросов и принимает ответы на них, демонстрирует модели, если возникают проблемные или затруднительные ситуации. Руководит рассуждениями учеников и добивается грамотных и верных ответов на поставленные вопросы. | просы учителю, если они возникают. Отвечают на поставленные вопросы. |
| 5 | Подведение итогов урока, рефлексия. | Задает вопросы учащимся о степени усвоения темы урока. Обсуждает с классом, достигнуты ли цели урока, на каком уровне учащиеся усвоили тему урока. Дает оценку успешности достижения целей урока и работы учащихся на уроке, оценивает работу класса, наиболее отличившихся на уроке учеников.<br>Предлагает учащимся охарактеризовать изучаемое тело вращения какими-нибудь несколь- | Отвечают на вопросы учителя, принимают участие в обсуждении вопроса о достижении целей урока, его эффективности для учащихся, оценивают свою работу на уроке. Записывают в тетрадях несколько прилагательных, ассоциирующихся со словом «цилиндр». |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | | кими прилагательными. | |
| 6 | Постановка домашнего задания. | Предъявляет задания для домашней работы, кратко их характеризует, выясняет, имеются ли у учащихся вопросы по изученному материалу, готовы ли они к выполнению заданий домашней работы. | Фиксируют в дневнике задания для домашней работы, определяют степень готовности к выполнению домашнего задания. |

I. *Вопросы для актуализации знаний, необходимых для изучения новой темы*:

1) Дайте определения: а) прямоугольника; б) окружности; в) круга; г) радиуса круга; д) диаметра круга.

2) Площадь прямоугольника со сторонами $a$ и $b$ равна:

а) $S = a + b$; б) $S = 2ab$; в) $S = 2(a+b)$; г) $S = a^2b^2$.

3) Длина окружности радиуса $R$ равна:

а) $C = \pi R$; б) $C = 2\pi R$; в) $C = \pi R^2$; г) $C = 2\pi R^2$.

4) Площадь круга радиуса $R$ равна:

а) $S = \pi R$; б) $S = 2\pi R$; в) $S = \pi R^2$; г) $S = 2\pi R^2$.

5) Найдите диаметр окружности, если длина окружности равна $16\pi$ *см.*

6) Найдите радиус круга, если площадь круга равна $25\pi\,дм^2$.

II. *Перечень вопросов для изучения:*

1) Определение цилиндра.
2) Боковая поверхность цилиндра.
3) Основания цилиндра.
4) Образующая цилиндра.
5) Радиус основания цилиндра.
6) Ось цилиндра.
7) Высота цилиндра.
8) Равносторонний цилиндр.
9) Развертка поверхности цилиндра.
10) Площадь боковой поверхности цилиндра.
11) Площадь полной поверхности цилиндра.

III. *Самостоятельная работа по первичному закреплению изученного материала:*

№1. Диаметр катка для укатывания грунта равен 1 м, а ширина катка – 1,5 м. Какая площадь выравнивается катком за один его оборот?

№2. Диаметр ведра цилиндрической формы равен 20 см, а высота –

38 см. Можно ли из куска жести прямоугольной формы размером $60 см \times 40 см$ сделать заготовку боковой части этого ведра?

№3. Крыша здания рынка представляет собой $\frac{1}{4}$ часть цилиндрической поверхности, радиус которой равен 8 м. Длина крыши – 50 м. Найдите площадь поверхности крыши.

№4. Две цилиндрические детали покрываются никелем. Высота первой детали в два раза больше высоты второй детали, но радиус ее основания в два раза меньше радиуса основания второй детали. На какую из деталей расходуется больше никеля?

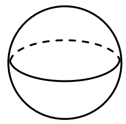
№5. Боковая поверхность равностороннего цилиндра равна $20 дм^2$. Вычислите площадь его основания.

№6$^*$. Толщина круглого точильного камня равна 5 см. За время работы он сработался и уменьшился в диаметре на 3 см. На сколько уменьшилась рабочая поверхность камня?

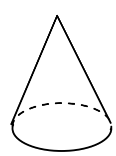
IV. *Вопросы для первичного закрепления изученного материала:*

№1. Укажите рисунок, на котором изображен цилиндр:

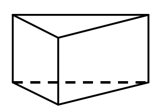
а)



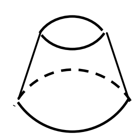
б)



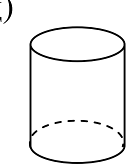
в)



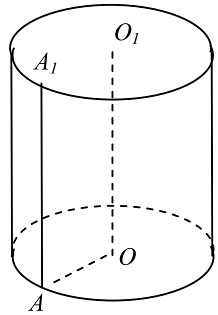
г)



д)



№2. С помощью рисунка, на котором изображен цилиндр, заполните пропуски:

<table>
<tr>
<td>
</td>
<td>а) прямая $OO_1$ является …………… цилиндра;<br>б) отрезок $AA_1$ является ……….. цилиндра;<br>в) отрезок $OO_1$ является ……….. цилиндра;<br>г) отрезок $AO$ является ……….. основания цилиндра;<br>д) круги с центрами в точках $O$ и $O_1$ являются …………………. цилиндра.</td>
</tr>
</table>

№3. Укажите верное утверждение:

Цилиндр может быть получен вращением:

а) равностороннего треугольника вокруг одной из его сторон;

б) окружности вокруг диаметра;

в) прямоугольной трапеции вокруг меньшей боковой стороны;

г) прямоугольника вокруг одной из его сторон;
д) ромба вокруг одной из диагоналей.

№4. Выберите верное утверждение:

Разверткой боковой поверхности цилиндра является:

а) круг;
б) трапеция;
в) прямоугольник;
г) треугольник;
д) параллелограмм с острым углом.

№5. Найдите, во сколько раз увеличится площадь боковой поверхности цилиндра, если радиус его основания увеличить в четыре раза, а высоту – в пять раз.

V. *Ответы к самостоятельной работе.*

№1. $\approx 4{,}7\, м^2$.

№2. Нет.

№3. $\approx 628\, м^2$.

№4. На вторую.

№5. $5\, дм^2$.

№6$^*$. $15\pi\, см^2$.

*Список использованной литературы*


1. Шлыков, В. В. Геометрия 10: учебное пособие / В. В. Шлыков. Минск: Нар. асвета, 2010.

2. Тесты по математике: 5 – 11 классы. М. : Олимп ; Астрель, 1999.

3. Зив, Б. Г. Задачи к урокам геометрии : 7 – 11 классы / Б. Г. Зив. Спб. : НПО «Мир и семья-95» ; М. : Русское слово, 1998.

4. Звавич, Л. И. Геометрия : 8 – 11 классы / Л. И. Звавич, М. В. Чинкина, Л. Я. Шляпочник. М. : Дрофа, 2001.

5. Гончаренко, Б. Г. Задачи и вопросы по стереометрии (для устного решения) / Б. Г. Гончаренко. М. : Просвещение, 1964.

## «Степень с рациональным показателем»

***Сюжет:*** Сегодня на уроке мы обобщим понятие степени числа, познакомившись со степенью с рациональным показателем. Понятие степени с рациональным показателем тесно связано с понятием корня $n$-й степени, которое мы изучали на прошлых уроках. Материал нашего урока имеет глубокие исторические корни – впервые степени с дробными показателями использовал Николай Оре́м, французский математик, живший в 14 веке.

***Раздел учебной программы:*** Степень с рациональным показателем. Степенная функция

***Тема урока:*** Степень с рациональным показателем

***Тип урока:*** получение новых знаний

***Организационная форма проведения урока:*** фронтальная, индивидуальная

***Опорные знания к уроку:*** учащиеся должны:

Знать термины и правильно использовать понятия: степень; основание степени; показатель степени; степень с натуральным показателем; степень с целым показателем; корень $n$-й степени из числа; показатель корня.

Знать правила умножения и деления степеней с одинаковыми основаниями, возведения в степень произведения, частного и степени.

Знать формулы, выражающие свойства корней $n$-й степени.

***Цели урока:***

<u>образовательные</u>:

обобщение понятия степени; отработка умения находить значение степени с рациональным показателем; выделение наиболее существенных закономерностей и взаимосвязей в рамках содержательной линии программы «Числа и вычисления»

<u>развивающие</u>:

совершенствование навыков исследовательской деятельности, коммуникативных способностей;

развитие логического мышления и интеллектуальных умений учащихся (наблюдать, сравнивать, применять ранее полученные знания в новой ситуации, анализировать информацию, делать выводы, обобщать);

<u>воспитательные</u>:

воспитание коммуникативной и информационной культуры;

способствовать повышению познавательного интереса к предмету, формированию научного мировоззрения.

***Оборудование.*** Раздаточный материал к уроку, учебные пособия.

***Действия учителя и учащихся на уроке***

| Содержание | Действия учителя | Действия |
|---|---|---|

| работы | | учащихся |
|---|---|---|
| 1. Организация урока | Мобилизует учащихся для активной работы на уроке, создает благоприятный психологический настрой. | Настраиваются на активную и продуктивную работу на уроке |
| 2. Мотивация учебной деятельности, постановка целей урока | Сообщает учащимся план урока. Знакомит учащихся с сообщением «Николай Оре́м» или предоставляет слово для сообщения учащемуся (Приложение 1).<br>Подводит учащихся к формулировке темы и цели урока. | Совместно с учителем формулируют тему и цели урока. |
| 3. Подготовка к изучению нового материала через актуализацию опорных знаний в ходе анализа домашнего задания | Организует взаимопроверку домашнего задания по парам и предлагает учащимся самостоятельно сформулировать вопросы по темам «Свойства степени с целым показателем» и «Корень *n*-й степени и его свойства» и задать их одноклассникам.<br>Консультирует учащихся, выявляет возникающие трудности.<br><br>Предлагает учащимся обсудить проблемные ситуации домашнего задания.<br><br>Организует обсуждение по вопросам, подготовленным учащимися в процессе взаимопроверки.<br>Задает необходимые вопросы, если учащиеся их не сформулировали сами.<br>Выполняет на доске необходимые записи, которые будут использованы в процессе объяснения новой темы.<br>(В процессе обсуждения обязательно должны прозвучать понятия: понятия: степень; основание степени; показатель степени; степень с натуральным показа- | Обмениваются тетрадями с домашним заданием и проверяют друг друга. Задают вопросы учителю. Формулируют вопросы по предложенным темам, готовятся к обсуждению.<br><br>Отвечают на вопросы учителя и выполняют необходимые записи в тетрадях.<br><br>Задают вопросы классу. Отвечают на вопросы одноклассников. |

| | | |
|---|---|---|
| | телем; степень с целым показателем; корень *n*-й степени из числа; показатель корня. Необходимо акцентировать внимание учащихся на том, для каких *a* и *n* определялось понятие степени.) | |
| 4. Изучение нового материала | Объясняет новый материал (Приложение 2).<br>Организует проблемное обсуждение по ходу объяснения материала | Выполняют необходимые записи в тетрадях. Отвечают на вопросы учителя в ходе объяснения нового материала. Делают выводы. |
| 5. Применение полученных знаний | Предлагает выполнить учебные задания по теме урока (Приложение 3 или аналогичные задания учебных пособий).<br>Консультирует учащихся, отвечает на их вопросы.<br>Задает вопросы по новой теме, акцентирующие внимание на главных аспектах темы и предупреждающие учебные затруднения учащихся.<br>Собирает тетради для проверки. | Работают в тетрадях и по цепочке по одному у доски. Отвечают на вопросы учителя. Задают вопросы. |
| 6. Информация о домашнем задании | В качестве домашнего задания предлагает учащимся выучить теорию и выполнить задания из учебника, аналогичные заданиям, решенным в классе. | Получают задание, задают уточняющие вопросы. |
| 7. Подведение итогов урока, рефлексия | Предлагает учащимся проанализировать результаты своей работы с помощью рефлексии содержания учебного материала, используя прием оценки «приращения» знаний и достижения целей (высказывания Я не знал… - Теперь я знаю…). | Высказывают свое мнение, определяют уровень достижения цели. |

## Приложение 1

**Николай Оре́м**, или **Николай Орезмский** французский философ, натурфилософ, математик, астроном, теолог. Епископ города Лизьё.

| | |
|---|---|
| **Дата рождения:** | до 1330 |
| **Место рождения:** | Нормандия |
| **Дата смерти:** | 11 июля 1382 |
| **Место смерти:** | Лизье |
| **Научная сфера:** | философ |

В 1348 г. Николай Орем впервые упоминается в документах Парижского университета в качестве члена нормандской университетской корпорации и магистра факультета искусств. В пятидесятых годах, вплоть до 1361 года, он преподает в Наваррской коллегии, причем с 1356 года получает звание *grand maitre*. К нему благосклонно относилась королевская семья, Николай Орем стал воспитателем будущего короля Франции Карла V.

Орему принадлежат несколько математических трактатов; глубокие математические проблемы затронуты также в философских и натурфилософских его трудах.

Во многих случаях он значительно опередил научный уровень своего времени. В работе «Вычисление пропорций» он **впервые использовал степени с дробными показателями** и фактически вплотную подошёл к идее логарифмов.

## Приложение 2

Объяснение нового материала «Степень с рациональным показателем»

Мы с вами повторили понятие степени числа с целым показателем, т.е. до сих пор мы работали с выражением $a^n$ при $n \in Z$.

Вы, наверняка, встречали на страницах учебника математики или в дополнительной литературе выражения типа $7^{0,3}$; $12^{\frac{3}{11}}$; $5^{-\frac{1}{6}}$ и т.п.

*Вопрос учащимся: Являются ли в этом случае показатели степеней целыми числами? А какими числами они являются?*

Сегодня мы обобщим понятие степени числа, познакомившись со степенью с рациональным показателем. Т.е. определим выражение вида $a^r$ при $r \in Q$.

По определению корня *n*-й степени выражение $\sqrt[n]{a} = b$ означает, что $a = b^n$.

Рассмотрим выражение $a^{\frac{m}{n}}$, где $m \in Z,\, n \in N$. По свойству степеней получим $a^m = \left(a^{\frac{m}{n}}\right)^n$, т.е. число $a^{\frac{m}{n}}$ является корнем $n$-й степени из числа $a^m$.

Запишем в тетради определение степени с рациональным показателем и некоторые примеры.

**Определение.** Если $a$ – положительное число и $r$ – рациональное число, представленное дробью $\frac{m}{n}$, где $m$ – целое число, а $n$ – натуральное, то $a^r = a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$.

Если $a = 0$ и $r > 0$, то $0^r = 0^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{0^m} = 0$.

Пример 1. По определению степени с рациональным показателем:

$11^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{11^3}; \quad (0,3)^{\frac{1}{7}} = \sqrt[7]{0,3}; \quad 6^{-\frac{2}{5}} = \sqrt[5]{6^{-2}} = \sqrt[5]{\frac{1}{6^2}} = \sqrt[5]{\frac{1}{36}}; \quad 17^{1,5} = 17^{\frac{3}{2}} = \sqrt{17^2}; \quad 0^{\frac{3}{7}} = 0.$

Докажем, что значение выражения $a^r = a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$ не зависит от формы записи рационального числа *r*.

Любое рациональное число можно записать в виде $r = \frac{m}{n} = \frac{mk}{nk}$, где $k \in N$.

По определению степени с рациональным показателем, получим $a^{\frac{mk}{nk}} = \sqrt[nk]{a^{mk}}$.

Из свойств корней следует, что $\sqrt[nk]{a^{mk}} = \sqrt[n]{a^m}$. Но $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$.

Т.е. $a^{\frac{mk}{nk}} = a^{\frac{m}{n}}$.

Пример 2. $7^{\frac{6}{18}} = 7^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{7}; \quad 5^{-\frac{2}{4}} = 5^{-\frac{1}{2}} = \sqrt{5^{-1}} = \sqrt{\frac{1}{5}}.$

Важно помнить, что <u>понятие степени с дробным показателем вводится только для степени с положительным основанием</u>.

При $a < 0$ рациональная степень числа $a$ не определяется. Попробуем выяснить почему.

Предположим, что равенство $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$ верно и для $a < 0$.

Тогда $(-8)^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{-8} = -2$, но $\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$, т.е. должно выполнятся равенство $-2 = (-8)^{\frac{1}{3}} = (-8)^{\frac{2}{6}} = \sqrt[6]{(-8)^2} = \sqrt[6]{8^2} = 2$. Получили противоречие, не позволяющее определить рациональную степень из отрицательного числа.

Пример 3.

Выясните, имеют ли смысл выражения

$(-15)^{\frac{6}{4}}; \quad (0,8)^{-\frac{1}{7}}; \quad 0^{-\frac{2}{9}}; \quad 13^{1,7}; \quad 0^{\frac{6}{11}}.$

## Приложение 3

**№1.** Представьте степень с дробным показателем в виде корня:

$3^{\frac{1}{2}}$; $7^{\frac{9}{4}}$; $26^{-0,6}$; $a^{\frac{1}{7}}$; $(5m)^{-1\frac{2}{5}}$; $(2a+b)^{2,5}$.

**№2.** Представьте корень в виде степени с рациональным показателем:

$\sqrt{15}$; $\sqrt[3]{7^5}$; $\sqrt[5]{\frac{1}{11^8}}$; $\sqrt[11]{x^4}$; $\sqrt{(a-t)^3}$; $\sqrt[5]{ab}$.

**№3.** Вычислите:

1) $64^{\frac{1}{2}}$;

2) $27^{-\frac{1}{3}}$;

3) $9^{-1,5}$;

4) $(0,00032)^{-0,2}$;

5) $0^{\frac{3}{8}}$;

6) $\left(5\frac{1}{16}\right)^{-\frac{3}{4}}$;

7) $\frac{9^{3,5}}{27^{1\frac{2}{3}}}$;

8) $64^{\frac{1}{6}}$;

9) $\frac{25^{\frac{1}{2}}-64^{\frac{2}{3}}}{81^{\frac{3}{4}}}$;

10) $10^{0,5}+(0,125)^{-0,8}-(0,5)^{-4}$;

11) $\frac{64^{-\frac{2}{3}}+16^{-\frac{3}{2}}}{3\cdot 8^{-\frac{1}{3}}-256^{-\frac{1}{2}}}$;

12) $100^{-\frac{1}{2}}\cdot(0,001)^{-\frac{2}{3}}$;

13) $8^{\frac{2}{3}}-\left(\frac{1}{16}\right)^{-0,75}+\left(\frac{1}{9}\right)^{1,5}$;

14) $(37^5)^0+27^{\frac{2}{3}}-320\cdot 16^{-\frac{3}{2}}$;

15) $0,75^{-1}\cdot\left(2\frac{10}{27}\right)^{-\frac{2}{3}}\cdot 0,4^{-2}$;

**№4.** Найдите, при каких значениях переменной определено выражение:

1) $(3-2x)^{\frac{1}{3}}$;

2) $\left(7+\frac{x}{2}\right)^{-\frac{1}{5}}$;

3) $(4x^2-9)^{-1,7}$;

4) $(5-x^2)^{0,2}$;

5) $\left(\frac{5x-1}{x}\right)^{-\frac{3}{4}}$;

6) $\left(\frac{3x^2-10x+3}{x-2}\right)^{0,9}$;

7) $(|x|-6)^{-\frac{1}{2}}$;

8) $\left(\frac{x^2+3}{x}\right)^{0,7}$;

## Список используемой литературы


1. 2600 тестов и проверочных заданий по математике / П.И.Алтынов, Л.И.Звавич, А.И.Медяник. М.: Дрофа, 2000.
2. А.И.Азевич. Рубежные тестовые работы по математике для 5-11 классов / А.И.Азевич. М.: Школьная пресса, 2002.
3. Тесты по математике: 5-11 классы/ М.: Олимп:Астрель, 1999.
4. Сборник задач для поступающих во втузы / под ред. М.И.Сканави. М.: ОНИКС 21 век, 2005.
5. Учебно-методическая газета «Математика» / М.: Первое сентября, 2000-2004.
6. Учебно-методический журнал «Математика в школе» / М.: Школа-Пресс, 2004.
7. Сборник заданий для выпускного экзамена по учебному предмету математика на уровне общего среднего образования. Минск: Аверсэв, 2011.
8. 3000 конкурсных задач по математике, М.: Айрис: Рольф, 1997.
9. Мерзляк, А. Г. Алгебраический тренажер / А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонский, М. С. Якир. - Киев: А. С. К., 1997.
10. Учебные пособия «Алгебра 10», «Алгебра 11» под редакцией профессора Л.Б.Шнепермана.

11. Учебные пособия «Математика 10», «Математика 11» авторов Л.А. Латотин, Б.Д. Чеботаревский.

## «Корень *n*-й степени и его свойства»

***Сюжет:*** На прошлых уроках мы изучили свойства корня *n*-й степени. Сегодня на уроке нам предстоит обобщить изученный материал с помощью предложенной системы разноуровневых упражнений. Следует отметить, имеющаяся возможность выбора каждым учащимся уровня сложности заданий, формирует адекватность самооценки.

Вместе с тем, подбор заданий внутри уровня предусматривает всестороннее повторение учебного материала каждым учеником.

***Раздел учебной программы:*** Степень с рациональным показателем. Степенная функция

***Тема урока:*** Свойства корня *n*-й степени

***Тип урока:*** обобщения и систематизации материала

***Организационная форма проведения урока:*** индивидуальная, фронтальная, работа в парах, работа в группах

***Опорные знания к уроку:*** учащиеся должны:

Знать термины и правильно использовать понятия: корень *n*-й степени из числа; показатель корня.

Знать формулы, выражающие свойства степеней, корней *n*-й степени.

***Цели урока:***

образовательные:

обобщение, систематизация и углубление знаний учащихся о понятии и свойствах корня *n*-й степени; выделение наиболее существенных закономерностей в рамках содержательной линии программы «Числа и вычисления»

развивающие:

совершенствование навыков исследовательской деятельности, коммуникативных способностей;

отработка навыков решения тестовых заданий;

развитие логического мышления и интеллектуальных умений учащихся (наблюдать, сравнивать, применять ранее полученные знания в новой ситуации, анализировать информацию, делать выводы, обобщать).

воспитательные:

воспитание адекватной самооценки;

способствовать повышению познавательного интереса к предмету, формированию научного мировоззрения.

***Оборудование.*** Раздаточный материал к уроку. По возможности – мультимедийный проектор.

***Действия учителя и учащихся на уроке***

| Содержание работы | Действия учителя | Действия учащихся |
|---|---|---|
| 1. Организация урока | Мобилизует учащихся для активной работы на уроке, создает благоприятный психологический на- | Настраиваются на активную и продуктивную работу на уроке |

| | | |
|---|---|---|
| | строй. | |
| 2. Мотивация учебной деятельности, постановка целей урока | Сообщает учащимся план урока.<br>Знакомит учащихся с сообщением «История возникновения термина «корень» или предоставляет слово для сообщения учащемуся (Приложение 1).<br>Подводит учащихся к формулировке темы и цели урока. | Совместно с учителем формулируют тему и цели урока. |
| 3. Актуализация опорных знаний через анализ домашнего задания | Организует проверку домашнего задания в зависимости от возможностей:<br>Если используется проектор – то правильные решения проектируются на экран. Один учащийся готовит дополнительное домашнее задание на доске, если оно было задано.<br>Если нет возможности использовать проектор, то у доски работают три учащихся – два выполняют задания из обязательного домашнего задания, третий работает с дополнительным заданием, если оно было задано.<br><br>Организует взаимопроверку домашнего задания по парам и предлагает учащимся самостоятельно сформулировать вопросы по теме «Корень $n$-й степени и его свойства» и задать их одноклассникам.<br>Консультирует учащихся.<br><br>Предлагает учащимся проанализировать решения на доске, задать подготовленные в процессе взаимопроверки вопросы.<br>Задает необходимые вопросы по домашнему заданию, если учащиеся их не сформулировали сами.<br>В процессе обсуждения обяза- | Учащиеся работают у доски.<br><br>Обмениваются тетрадями с домашним заданием и проверяют друг друга.<br>Задают вопросы учителю.<br>Формулируют вопросы по теме, готовятся к обсуждению.<br><br>Анализируют решения на доске. Задают вопросы классу. Отвечают на вопросы учителя |

| | | |
|---|---|---|
| | тельно звучат понятия: квадратный корень; арифметический квадратный корень; корень $n$-й степени из числа; показатель корня; свойства корня $n$-й степени.<br>Акцентирует внимание учащихся на области определения выражения $\sqrt[n]{a}$, в зависимости от четности показателя корня. | |
| 4. Выполнение учащимися заданий, позволяющих осуществить воспроизведение и коррекцию опорных знаний, повторение и анализ основных фактов, обобщение и систематизацию изученного | Организует работу учащихся с раздаточным материалом (Приложение 2). Отмечает, что индексом «$^{\text{Т}}$» отмечены задания, предлагавшиеся в разные годы на централизованном и репетиционном тестировании по математике.<br>В зависимости от уровня класса организует различные формы работы:<br>- в хорошо подготовленных классах (или классах физико-математического направления) возможна работа в парах;<br>- при наличии в классе учащихся разного уровня предметной подготовки эффективной окажется работа в группах, сформированных по уровням подготовки. Тогда, каждой группе учащихся предлагаются задания I, II или III уровней сложности из Приложения 2.<br>- избыточное количество заданий Приложения 2 позволяет подготовить индивидуальные задания для учащихся, желающих работать самостоятельно.<br>В процессе работы учащихся над заданиями оказывает консультативную помощь, корректирует знания учащихся, наиболее часто встречающиеся ошибки разбирает на доске. | Выполняют задания предложенные задания. Проверяют полученные результаты, задают вопросы, отвечают на вопросы учителя.<br>Анализируют, обобщают материал и делают выводы. |
| 6. Информация о | Задает домашнее задание (Прило- | Получают задание, зада- |

| | | |
|---|---|---|
| домашнем задании | жение 3) и сообщает учащимся, что в качестве домашнего задания им предлагаются задания из «Сборника заданий для выпускного экзамена по математике». | ют уточняющие вопросы. |
| 7. Подведение итогов урока, рефлексия | Выставляет отметки за урок учащимся.<br><br>В конце урока можно дать учащимся анкету, которая позволяет осуществить самоанализ, дать качественную и количественную оценку уроку. Можно попросить учащихся аргументировать свой ответ.<br><br>1.На уроке я работал — активно / пассивно<br>2.Своей работой на уроке я — доволен / не доволен<br>3.Урок для меня показался — коротким / длинным<br>4.За урок я — не устал / устал<br>5.Мое настроение — стало лучше / стало хуже<br>6.Материал урока мне был — понятен / не понятен; полезен / бесполезен; интересен / скучн<br>7.Домашнее задание мне кажется — легким / трудным; интересно / не интересно | Высказывают свое мнение, определяют уровень достижения цели.<br>Заполняют анкету. |

## Приложение 1 История возникновения понятия «корень»

Слово «корень» пришло в математику от арабов. Арабские ученые представляли себе квадрат числа вырастающим из корня – как растение, - и поэтому называли корнями такие числа. Слово латинского происхождения «радикал» - тоже потомок «корня» («радикс» по латыни). Кстати, его следы можно найти даже в словах редис, редька и радикулит – воспаление нервных корешков.

Средневековые математики (например, Кардано) обозначали квадратный корень символом $R_x$ (от лат. *Radix*, корень). Современное обозначение впервые употребил немецкий математик Кристоф Рудольф в 1525 году. Происходит этот символ от стилизованной первой буквы того же слова *radix*. Черта над подкоренным выражением вначале отсутствовала; её позже ввёл Декарт (1637) для иной цели (вместо скобок), и эта черта вскоре слилась со знаком корня.

Кубический корень в XVI веке обозначался следующим образом: $R_x.u.cu$ (от лат. *Radix universalis cubica*). Привычное нам обозначение корня произвольной степени $\left(\sqrt[n]{\ }\right)$ начал использовать Альбер Жирар (1629). Закрепился этот формат благодаря Ньютону и Лейбницу.

Полезно знать, что при постоянной плотности вещества размеры двух подобных тел относятся друг к другу как кубические корни их масс. Так, если один арбуз весит вдвое больше, чем другой, то его диаметр (а также окружность) будет всего лишь чуть больше, чем на четверть (на 26%) больше, чем у первого; и на глаз будет казаться, что разница в весе не столь существенна. Поэтому при отсутствии весов (продажа на глазок) обычно более выгодно покупать бóльший плод.

## <u>Приложение 2</u> Корень *n*-й степени и его свойства

| *I уровень* | *II уровень* | *III уровень* |
|---|---|---|
| **№1. Вычислите** | | |
| 1) $\sqrt[4]{8,1\cdot 0,001}$<br>2) $\sqrt[3]{-20\cdot 25\cdot 128}$<br>3) $\sqrt[5]{33} : \sqrt[5]{1\frac{1}{32}}$<br>4) $\left(-3\sqrt[4]{2}\right)^4$<br>5ᵀ) $\sqrt[10]{(-4)^{10}} + \sqrt[3]{-49}\cdot\sqrt[6]{49}$<br>6ᵀ) $\sqrt[8]{11}\cdot\sqrt[3]{-11}$<br>7) $\frac{\sqrt[3]{16}+\sqrt[3]{54}-\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{2}}$<br>8)<br>$\sqrt{8}\cdot\sqrt[3]{-5}\cdot\sqrt{32}\cdot\sqrt[3]{25}+\frac{\sqrt[5]{-729}}{\sqrt[5]{3}}$<br>9) $\frac{\sqrt[7]{7^2\cdot\sqrt[3]{7}}}{\sqrt[5]{7^{-1}\cdot\sqrt[3]{7^{-2}}}}$ | $1^{\mathrm{T}}$) $\frac{7}{\sqrt{11}-2}+\frac{5}{4+\sqrt{11}}$<br>2)<br>$\sqrt[12]{\left(-10\frac{2}{5}\right)^{12}} : \sqrt[8]{\left(\frac{13}{18}\right)^{8}} : \left(\sqrt[9]{0,3^9}+\sqrt[7]{(-0,3)^7}\cdot\sqrt[10]{1,6^{10}}\right.$<br>3) $\frac{\sqrt{\sqrt[3]{4}}}{\sqrt[3]{2}}+\frac{\sqrt[15]{2}}{\sqrt[5]{\sqrt[3]{2}}}+\frac{\sqrt{\sqrt[3]{81}}}{\sqrt[3]{9}}$<br>4) $\frac{12\cdot\sqrt[3]{5}\cdot\sqrt{5\sqrt[3]{5}}}{\left(\sqrt[4]{25}-1\right)\left(\sqrt[4]{25}+1\right)}$<br>5) $\left(\left(\sqrt[4]{3}-\sqrt[4]{27}\right)^2+7\right)\cdot\left(\left(\sqrt[4]{3}+\sqrt[4]{27}\right)^2-7\right)$<br>6) $\frac{1-2\sqrt[4]{5}+\sqrt{5}}{\left(\sqrt{3}-\sqrt[4]{45}\right)^2}$<br>$7^{\mathrm{T}}$) $\left(\frac{\sqrt{5}\cdot\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{5}\cdot\sqrt{2}}{\sqrt[6]{5}+\sqrt[6]{2}}\right)^3$<br>$8^{\mathrm{T}}$) $\sqrt[4]{\left(\sqrt{\sqrt[5]{90}}-\sqrt[5]{10}\right)^4}-\sqrt{\sqrt[5]{90}}-\sqrt[5]{10}$<br>9) $\left(\sqrt[5]{2\sqrt[4]{4\sqrt[3]{8^{10}}}}\right)^{10} : \left(\sqrt[3]{\sqrt[4]{3\sqrt[5]{3}}}\right)^{10}\cdot\frac{1}{2^8}$<br>$10^{\mathrm{T}}$) $\frac{\sqrt[3]{\left(\sqrt{82}+9\right)^2}}{\sqrt[3]{9-\sqrt{82}}}+\sqrt{82}$<br>11) $5\sqrt[3]{6\sqrt{32}}-3\sqrt[3]{9\sqrt{162}}-11\sqrt[6]{18}+2\sqrt[3]{75\sqrt{50}}$ | 1) $\sqrt[3]{\sqrt{3}-2}\cdot\sqrt[6]{7+4\sqrt{3}}$<br>2) $\sqrt[3]{\sqrt[3]{3\sqrt{3}}+\sqrt[5]{49\sqrt{7}}+\sqrt{19-4\sqrt{21}}}$<br>3) $\sqrt[4]{17-12\sqrt{2}}-\sqrt{5-\sqrt{24}}$<br>4) $\frac{5\sqrt[3]{4\sqrt[3]{192}}+7\sqrt[3]{18\sqrt[3]{81}}}{\sqrt[3]{12\sqrt[3]{24}+6\sqrt[3]{375}}}$<br>5) $\frac{\sqrt{11\sqrt{2}-12}-\sqrt{17\sqrt{2}+24}}{\sqrt[4]{2}+\sqrt{19\sqrt{2}-12}}$ |
| **№2. Внесите множитель под знак корня** | | |
| 1) $3\sqrt[4]{2}$<br>2) $b\sqrt[6]{a}$ при $b<0$<br>3) $b\sqrt{b}$ | 1) $2a\sqrt[6]{-a}$<br>2) $-m\sqrt[5]{m^3}$ | 1) $-y\sqrt[6]{-y^7}$<br>$2^{\mathrm{T}}$) $(y-2)\sqrt[4]{4-2y}$ |
| **№3. Вынесите множитель из-под знака корня** | | |

| | | |
|---|---|---|
| 1) $\sqrt[5]{64}$<br>2) $\sqrt[4]{32a^4b^8c^5}$ при $a \le 0$ | 1) $\sqrt{-a^3}$<br>2) $\sqrt[4]{-a^{11}}$<br>3) $\sqrt[5]{-m^{16}}$ | 1) $\frac{1}{x}\sqrt[8]{-x^9}$ |
| **№4. Разложить на множители** | | |
| 1) $m-\sqrt{m}$<br>2) $x+\sqrt[3]{x}$ | 1) $x-y+\sqrt{x}+\sqrt{y}$<br>2) $xy\sqrt[3]{y}-2\sqrt{x}\sqrt[3]{y^2}+1$ | 1) $x-y+\sqrt{-x}+\sqrt{-y}$ |
| **№5. Сократите дробь** | | |
| 1[Т]) $\frac{\sqrt[8]{a}-\sqrt[8]{b}}{\sqrt[4]{a}-\sqrt[4]{b}}$<br>2) $\frac{x+\sqrt[4]{5}}{x^2-\sqrt{5}}$ | 1) $\frac{2\sqrt[4]{b}-b}{2b-\sqrt[4]{b^7}}$ | |
| **№6. Избавьтесь от иррациональности в знаменателе дроби** | | |
| 1) $\frac{44}{\sqrt{11}}$<br>2) $\frac{8}{\sqrt[3]{6}}$<br>3) $\frac{3}{\sqrt[4]{125}}$ | 1) $\frac{12}{2\sqrt{2}+\sqrt{5}}$ | 1) $\frac{7}{\sqrt[4]{5}-\sqrt{3}}$ |
| **№7. Сравните числа** | | |
| 1) $\sqrt[8]{10}$ и $\sqrt[4]{3}$<br>2) $\sqrt{2\sqrt[3]{3}}$ и $\sqrt[3]{5}$ | 1) $-\sqrt{2\sqrt[3]{6}}$ и $-\sqrt[3]{5\sqrt{2}}$ | |
| **№8. Найдите область определения выражения** | | |
| 1) $\frac{1}{\sqrt{3-x}}+\frac{x-2}{\sqrt[3]{1-x}}$<br>2) $\sqrt[8]{1-5x}+\frac{1}{\sqrt{x+8}}$ | 1) $\sqrt[2n]{a^2-4},\ n\in N$<br>2) $\sqrt[8]{-5m^2+7m-2}$ | 1) $\sqrt{x^2+3\lvert x\rvert-4}$<br>2) $\sqrt[12]{\lvert x+1\rvert-3}-\sqrt{12-x^2-4x}$ |
| **№9. Упростите выражение** | | |
| 1) $\left(1+\sqrt[6]{a}\right)\left(\sqrt[6]{a}-1\right)$ при $a=27$.<br>2) $a\sqrt{b}\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)-\left(\sqrt{a}\sqrt[6]{b}\right)^3$<br>3) $\left(\sqrt{a}-\sqrt[4]{b}\right)\left(\sqrt{a}+\sqrt[4]{b}\right)\left(a+\sqrt{b}\right)$<br>4) $\sqrt{\sqrt{a}}\cdot\sqrt[3]{\sqrt[3]{a^2}}\cdot\sqrt[6]{\sqrt[6]{a^{19}}}$ | 1) $\left(\frac{\sqrt[4]{ab}-\sqrt{b}}{\sqrt{a}-\sqrt[4]{ab}}\right)^{-4}$<br>2) $\left(\sqrt[4]{a}+\sqrt[4]{b}\right):\left(\frac{b}{\sqrt[4]{a^3}}+\frac{b\sqrt[4]{b}}{a}\right)$, если $a=68;\ b=4$.<br>3) $\left(\left(\sqrt[4]{p}-\sqrt[4]{q}\right)^{-2}+\left(\sqrt[4]{p}+\sqrt[4]{q}\right)^{-2}\right):\frac{\sqrt{p}+\sqrt{q}}{p-q}$<br>4) $\frac{\sqrt[4]{x^5}+\sqrt[4]{xy^4}-\sqrt[4]{x^4y}-\sqrt[4]{y^5}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}\cdot\left(\sqrt[4]{x}+\sqrt[4]{y}\right)$<br>5[Т]) $\left(\sqrt[8]{a^2+6+2a\sqrt{6}}+\sqrt[4]{a+\sqrt{6}}\right)\cdot\sqrt[4]{a-\sqrt{6}}$ при $a=\sqrt{87}$. | 1) $\sqrt[8]{\left(3\sqrt{x}-1\right)^8}-\sqrt{9x-12\sqrt{x}+4}$, ес $x=1\frac{2}{9}$<br>2) $\sqrt[4]{6x\left(5+2\sqrt{6}\right)}\cdot\sqrt{3\sqrt{2x}-2\sqrt{3x}}$<br>3) $\frac{7\sqrt{3}\sqrt{a}-7\sqrt{5}\sqrt{b}}{6\sqrt{3}\sqrt{a}+6\sqrt{5}\sqrt{b}}:\frac{3a-5b}{9a+15b+6\sqrt{15ab}}$<br>4) $\left(1+\sqrt{a}\right)\left(1+\sqrt[4]{a}\right)\left(1+\sqrt[8]{a}\right)\left(1+\sqrt[16]{a}\right)\left(1+\sqrt[32]{a}\right)($ при $a=1991$<br>5) $\sqrt{10a+2\sqrt{25a^2-b^2}}-\sqrt{10a-2\sqrt{25a^2-b^2}}-2\sqrt{5a-}$ при $a=\sqrt{2},\ b=\sqrt[3]{3}$. |

| | | |
|---|---|---|
| | | |
| **№10.** Известно, что $x_1$, $x_2$ - корни уравнения $2x^2-\left(\sqrt{3}+5\right)x-\sqrt{4+2\sqrt{3}}=0$. Найдите значение выражения $x_1+x_1x_2+x_2$. | | |

**Таблица ответов**
**Корень *n*-й степени и его свойства**

| *I уровень* | *II уровень* | *III уровень* |
|---|---|---|
| **№1. Вычислите** | | |
| 1) 0,3 2) -40<br>3) 2 4) 162<br>5) -3 6) $-\sqrt[24]{11^{11}}$<br>7) 4 8) -83<br>9) $\sqrt[3]{49}$ | 1) 6 2) -80<br>3) 3 4) 15<br>5) 47 6) $\frac{1}{3}$<br>7) 10 8) $-2\sqrt{\sqrt[5]{90}}$<br>9) $\frac{1}{3}$ 10) $-9$ 11) 0 | 1) -1 2) $\sqrt{3}$<br>3) $2\sqrt{2}-\sqrt{3}-1$<br>4) $10\frac{1}{3}$ 5) -1 |
| **№2. Внесите множитель под знак корня** | | |
| 1) $\sqrt[4]{162}$<br>2) $-\sqrt[6]{ab^6}$<br>3) $\sqrt{b^3}$ | 1) $-\sqrt[6]{-64a^7}$<br>2) $\sqrt[5]{-m^8}$ | 1) $\sqrt[6]{-y^{13}}$ 2) $-\sqrt[4]{2\left(2-y\right)^5}$ |
| **№3. Вынесите множитель из-под знака корня** | | |
| 1) $2\sqrt[5]{2}$<br>2) $-2ab^2c\cdot\sqrt[4]{2c}$ | 1) $-a\sqrt{-a}$<br>2) $a^2\sqrt[4]{-a^3}$<br>3) $m^3\cdot\sqrt[5]{-m}$ | 1) $-\sqrt[8]{-x}$ |
| **№4. Разложить на множители** | | |
| 1) $\sqrt{m}\left(\sqrt{m}-1\right)$<br>2) $\sqrt[3]{x}\left(\sqrt[3]{x^2}+1\right)$ | 1) $\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)\left(\sqrt{x}-\sqrt{y}+1\right)$<br>2) $\left(\sqrt{x}-\sqrt[3]{y^2}\right)^2$ | 1) $\left(\sqrt{-x}+\sqrt{-y}\right)\left(\sqrt{-y}-\sqrt{-x}+1\right)$ |
| **№5. Сократите дробь** | | |
| 1) $\frac{1}{\sqrt[8]{a}+\sqrt[8]{b}}$<br>2) $\frac{1}{x-\sqrt[4]{5}}$ | 1) $\frac{1}{\sqrt[4]{b^3}}$ | |
| **№6. Избавьтесь от иррациональности в знаменателе дроби** | | |
| 1) $4\sqrt{11}$<br>2) $\frac{4\sqrt[3]{36}}{3}$<br>3) $\frac{3\sqrt[4]{5}}{5}$ | 1) $4\left(2\sqrt{2}-\sqrt{5}\right)$ | 1) $-\frac{7\left(\sqrt[4]{5}+\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{5}+3\right)}{4}$ |
| **№7. Сравните числа** | | |
| 1) $\sqrt[8]{10}>\sqrt[4]{3}$<br>2) $\sqrt{2\sqrt[3]{3}}<\sqrt[3]{5}$ | 1) $-\sqrt{2\sqrt[3]{6}}>-\sqrt[3]{5\sqrt{2}}$ | |
| **№8. Найдите область определения выражения** | | |

| | | |
|---|---|---|
| 1) $(-\infty;1)\cup(1;3)$<br>2) $(-8;\,0,2]$ | 1) $(-\infty;-2]\cup[2;+\infty)$<br>2) $[0,4;\,1]$ | 1) $(-\infty;-1]\cup[1;+\infty)$<br>2) $[-6;-4]\cup\{2\}$ |
| **№9. Упростите выражение** | | |
| 1) 2<br>2) $ab$<br>3) $a^2-b$<br>4) $a$ | 1) $\frac{a}{b}$ 2) 17<br>3) $\frac{2\left(\sqrt{p}+\sqrt{q}\right)^2}{p-q}$<br>4) $x+y$ 5) 6 | 1) 1 2) $\sqrt{6x}$<br>3) 3,5 4) -1990 5) 0 |
| **№10.** 2 | | |

**<u>Приложение 3</u>** **Домашнее задание**

(в скобках указан номер варианта сборника экзаменационных вариантов и номера задания в данном варианте)

**№1. (В45. 1)** Арифметическим корнем 4-ой степени из числа 0,0625 является:
1) $\pm 0,5$; 2) $-0,5$; 3) $0,5$; 4) $0,25$; 5) $\pm 0,25$.

**№2. (В 87. 1)** Какое из равенств а), б) или в) неверно:

а) $\sqrt[3]{-27}=-3$; б) $16^{\frac{5}{4}}=32$; в) $\sqrt{0,9}=0,3$; г) Все верны.

**№3. (В23. 1)** Внесите множитель под знак корня в выражении $2\sqrt[4]{m}$:
1) $\sqrt[4]{4m^4}$; 2) $\sqrt[4]{4m}$; 3) $\sqrt[8]{m^2}$; 4) $\sqrt[4]{16m}$.

**№4. (В18. 3)** Найдите значение выражения $\sqrt[4]{2}\cdot\sqrt[4]{8}+\frac{\sqrt[3]{3}}{\sqrt[3]{81}}$.

**№5. (В 81. 3)** Вычислите: $\left(\sqrt[4]{\sqrt[3]{\frac{1}{0,1}}}\right)^{24}$.

**№6. (В32. 4)** Вынесите множитель из-под знака корня в выражении $\sqrt[6]{3m^6n}$, где $m<0$.

**№7. (В3. 4)** Упростите выражение $\sqrt[6]{(m-n)^6}-\sqrt[4]{m^4}$, если $m<n<0$.

**№8. (В1. 5)** Расположите в порядке возрастания числа $\sqrt{3};\ \sqrt[3]{4};\ \sqrt[6]{18}$.

**№9. (В48. 8)** Найдите значение выражения

$$\sqrt[8]{(-11)^8}+\sqrt[7]{5-\sqrt{26}}\cdot\sqrt[7]{5+\sqrt{26}}-\sqrt[4]{16\frac{1}{16}}:\sqrt[8]{257^2}+\sqrt[3]{25\cdot 135}.$$

**№10. (В11. 9)** Найдите значение выражения $\frac{\sqrt[3]{9+4\sqrt{5}}}{\sqrt[3]{2-\sqrt{5}}}+\sqrt{5}$.

## Список используемой литературы

1. А.И.Азевич. Рубежные тестовые работы по математике для 5-11 классов / А.И.Азевич. М.: Школьная пресса, 2002.
2. Тесты по математике: 5-11 классы/ М.: Олимп:Астрель, 1999.
3. Сборник задач для поступающих во втузы / под ред. М.И.Сканави. М.: ОНИКС 21 век, 2005.
4. Сборник заданий для выпускного экзамена по учебному предмету математика на уровне общего среднего образования. Минск: Аверсэв, 2011.
5. 3000 конкурсных задач по математике, М.: Айрис: Рольф, 1997.

6. Мерзляк, А. Г. Алгебраический тренажер / А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонский, М. С. Якир. - Киев: А. С. К., 1997.
7. Учебные пособия «Алгебра 10», «Алгебра 11» под редакцией профессора Л.Б.Шнепермана.
8. Учебные пособия «Математика 10», «Математика 11» авторов Л.А. Латотин, Б.Д. Чеботаревский.

## «Корень *n*-й степени и его свойства»

***Сюжет:*** На прошлых уроках мы изучили свойства корня *n*-й степени. Сегодня на уроке вам предлагается проверить свои знания с помощью теста по данной теме. Тестовая форма контроля знаний имеет свои особенности, которые мы обсудим в конце урока. Умение учитывать эти особенности заданий окажет вам существенную помощь при выполнении заданий централизованного тестирования.

***Раздел учебной программы:*** Степень с рациональным показателем. Степенная функция

***Тема урока:*** Корень *n*-й степени и его свойства

***Тип урока:*** обобщения и систематизации материала

***Организационная форма проведения урока:*** индивидуальная, фронтальная, работа в парах

***Опорные знания к уроку:*** учащиеся должны:

Знать термины и правильно использовать понятия: корень *n*-й степени из числа; показатель корня.

Знать формулы, выражающие свойства корней *n*-й степени.

***Цели урока:***

образовательные:

обобщение, систематизация и углубление знаний учащихся о понятии корня n-й степени и его свойствах; выделение наиболее существенных закономерностей в рамках содержательной линии программы «Числа и вычисления»

развивающие:

совершенствование навыков исследовательской деятельности, коммуникативных способностей;

отработка навыков решения тестовых заданий;

развитие логического мышления и интеллектуальных умений учащихся (наблюдать, сравнивать, применять ранее полученные знания в новой ситуации, анализировать информацию, делать выводы, обобщать).

воспитательные:

воспитание адекватной самооценки;

способствовать повышению познавательного интереса к предмету, формированию научного мировоззрения.

***Оборудование.*** Раздаточный материал к уроку. По возможности – мультимедийный проектор или компьютерный класс.

***Действия учителя и учащихся на уроке***

| **Содержание работы** | **Действия учителя** | **Действия учащихся** |
|---|---|---|
| 1. Организация урока | Мобилизует учащихся для активной работы на уроке, создает благоприятный психологический настрой. | Настраиваются на активную и продуктивную работу на уроке |
| 2. Мотивация учебной деятельности, постановка целей урока | Сообщает учащимся план урока.<br>Знакомит учащихся с сообщением «Возникновение иррациональных чисел» или предоставляет слово для сообщения учащемуся (Приложение 1).<br>Подводит учащихся к формулировке темы и цели урока. | Совместно с учителем формулируют тему и цели урока. |
| 3. Актуализация опорных знаний через анализ домашнего задания | Организует проверку домашнего задания в зависимости от возможностей:<br>Если используется проектор – то правильные решения проектируются на экран (Приложение 2).<br>Если нет возможности использовать проектор, то организует обсуждение домашнего задания с разбором на доске заданий, выполнение которых вызвало трудности у учащихся.<br>Задает необходимые вопросы по домашнему заданию, если учащиеся их не сформулировали сами.<br>Через подготовленные вопросы по домашнему заданию организует повторение основных фактов теории. | Учащиеся проверяют домашнее задание, анализируют предложенные решения, задают вопросы учителю.<br><br>Отвечают на вопросы учителя |
| 4. Выполнение учащимися заданий, позволяющих осуществить воспроизведение и | В зависимости от технических возможностей организует работу:<br>• в компьютерном классе, разместив содержание урока в тестовую среду «Десятибалльный мониторинг»; | Выполняют задания предложенные задания. Проверяют полученные результаты, задают вопросы, отвечают на вопросы учителя. |

| | | |
|---|---|---|
| коррекцию опорных знаний, повторение и анализ основных фактов, обобщение и систематизацию изученного | • в учебном кабинете, используя мультимедийный проектор;<br>• в учебном кабинете, подготовив раздаточный материал. (Приложение 3).<br>Акцентирует внимание учащихся на особенностях тестового контроля знаний.<br>Проверяет результаты работы, выявляет пробелы в знаниях, в зависимости от ответов учащихся формулирует вопросы, как корректирующие знания учащихся, так и дающие возможность анализировать учебный материал, обобщать и делать выводы. | Анализируют, обобщают материал и делают выводы. |
| 6. Информация о домашнем задании | Задает домашнее задание по учебному пособию. | Получают задание, задают уточняющие вопросы. |
| 7. Подведение итогов урока, рефлексия. | Предлагает учащимся проанализировать результаты своей работы, высказать свое мнение об особенностях выполнения тестов.<br>Выставляет отметки за урок учащимся. | Высказывают свое мнение об особенностях выполнения теста, определяют трудности и пути их преодоления. |

## Приложение 1 Возникновение иррациональных чисел

Иррациональные числа еще в Древнем Египте и Вавилоне XX веков назад были известны так называемые несоизмеримые отрезки, которые нельзя было выразить отношением, рациональными числами.

Точно не известно, исследование каких вопросов привело к открытию несоизмеримости. Это могло произойти:
- в геометрических расчетах при нахождении общей меры стороны и диагонали квадрата;
- в теории музыки при попытках поделить октаву пополам, что сводится к определению среднего геометрического между 1 и 2;
- в арифметике при определении дроби, квадрат которой равняется двум.

Речь шла об отыскании и исследовании величины, которую мы теперь обозначаем. Открытие факта, что между двумя отрезками – стороной и диагональю квадрата – не существует общей меры, привело к настоящему кризису основ, по крайней мере, древнегреческой математики.

Факт существования несоизмеримых отрезков, тем не менее, не тормозил развитие геометрии в древней Греции. Греки разработали теорию отношения отрезков, которая учитывала возможность их несоизмеримости. Они умели сравнивать такие соотношения по величине, выполнять над ними арифметические действия в чисто геометрической форме, иначе говоря, пользоваться такими соотношениями как числами.

Индийцы рассматривали иррациональные числа как числа нового вида, но допускающие над ними такие же арифметические действия, как и над рациональными числами. Например, индийский математик Бхаскара уничтожает иррациональность в знаменателе, умножая числитель и знаменатель на тот же самый иррациональный множитель.

Развивая тригонометрию как самостоятельную научную дисциплину, азербайджанский ученый XIII столетия Насретдин ат-Туси (1201- 1274 гг.) трактует соотношение несоизмеримых величин как числа: “Каждое из этих соотношений может быть названо числом, которое измеряется единицей так же само, как один из членов соотношения обозначается другим из этих членов”. Похожую трактовку числа давал и Омар Хайям.

В Европе существование геометрических несоизмеримых величин в средние века не оспаривалось, но для многих иррациональные числа были лишь символами, лишенными точно определенного содержания, поэтому их называли “глухими”, “недействительными”, “фиктивными” и т.д.

Только после появления геометрии Декарта (1637 г) началось применение иррациональных, как впрочем, и отрицательных чисел. Идеи Декарта привели к обобщению понятия о числе. Между точками прямой и числами было определено взаимно однозначное соответствие. В математику была введена переменная величина.

В начале XVIII столетия существовало три понятия иррационального числа:

- иррациональное число рассматривали как корень *n*-ой степени из целого или дробного числа, когда результат извлечения корня нельзя выразить “точно” целым или дробным числом;
- иррациональное число трактовали как границу, к которой его рациональные приближения могут подойти как угодно близко;
- иррациональное число рассматривали как отношение одной величины к другой величине того же самого рода, взятой за единицу; когда величина несоизмерима с единицей, число называли иррациональным.

Позднее Эйлер, Ламберт показали, что иррациональные числа можно представить бесконечными непериодическими десятичными дробями (например, $\pi = 3{,}141592\ldots$).

Свое дальнейшее развитие теория иррациональных чисел получила во второй половине XIX века в трудах Дедекинда, Кантора и Вейерштрасе в связи с потребностями математического анализа.

## Приложение 2

### Решение домашнего задания

(в скобках указан номер варианта сборника экзаменационных вариантов и номера задания в данном варианте)

**№1. (В45. 1)** Арифметическим корнем 4-ой степени из числа 0,0625 является:
$1)\ \pm 0{,}5;\ \ 2)\ -0{,}5;\ \ 3)\ 0{,}5;\ 4)\ 0{,}25;\ 5)\ \pm 0{,}25.$

**Решение.** По определению арифметического корня из числа, арифметическим корнем 4-ой степени из числа 0,0625 является число 0,5.

*Ответ:* 3) 0,5

**№2. (В 87. 1)** Какое из равенств а), б) или в) неверно:

а) $\sqrt[3]{-27} = -3$; б) $16^{\frac{5}{4}} = 32$; в) $\sqrt{0{,}9} = 0{,}3$; г) Все верны.

**Решение.** Неверным является равенство в) $\sqrt{0{,}9} = 0{,}3$.

*Ответ:* в) $\sqrt{0{,}9} = 0{,}3$

**№3. (В23. 1)** Внесите множитель под знак корня в выражении $2\sqrt[4]{m}$ :

1) $\sqrt[4]{4m^4}$; 2) $\sqrt[4]{4m}$; 3) $\sqrt[8]{m^2}$; 4) $\sqrt[4]{16m}$.

**Решение.** $2\sqrt[4]{m}=\sqrt[4]{16m}$.

*Ответ:* 4)

**№4. (B18. 3)** Найдите значение выражения $\sqrt[4]{2}\cdot\sqrt[4]{8}+\dfrac{\sqrt[3]{\sqrt{3}}}{\sqrt[3]{81}}$.

**Решение.** $\dfrac{\sqrt[5]{2}}{\sqrt[5]{64}}+\sqrt[3]{3}\cdot\sqrt[3]{9}=\sqrt[5]{\dfrac{2}{64}}+\sqrt[3]{3\cdot 9}=\sqrt[5]{\dfrac{1}{32}}+\sqrt[3]{27}=\dfrac{1}{2}+3=3{,}5.$

*Ответ:* 3,5

**№5. (B 81. 3)** Вычислите: $\left(\sqrt[4]{\sqrt[3]{\dfrac{1}{0{,}1}}}\right)^{24}$.

**Решение.** $\left(\sqrt[4]{\sqrt[3]{\dfrac{1}{0{,}1}}}\right)^{24}=\left(\sqrt[12]{\dfrac{1}{0{,}1}}\right)^{24}=\left(\dfrac{1}{0{,}1}\right)^{2}=10^2=100$

*Ответ:* 100

**№6. (B32. 4)** Вынесите множитель из-под знака корня в выражении $\sqrt[6]{3m^6n}$, где $m<0$.

**Решение.** $\sqrt[6]{3m^6n}=|m|\sqrt[6]{3n}\Big|_{m<0}=-m\sqrt[6]{3n}.$

*Ответ:* $-m\sqrt[6]{3n}$

**№7. (B3. 4)** Упростите выражение $\sqrt[6]{(m-n)^6}-\sqrt[4]{m^4}$, если $m<n<0$.

**Решение.** $\sqrt[6]{(m-n)^6}-\sqrt[4]{m^4}=|m-n|-|m|\Big|_{m<n<0}=-(m-n)-(-m)=n$.

*Ответ:* $n$

**№8. (B1. 5)** Расположите в порядке возрастания числа $\sqrt{3};\ \sqrt[3]{4};\ \sqrt[6]{18}$.

**Решение.** Представим числа $\sqrt{3};\ \sqrt[3]{4}$ в виде корней 6-й степени:

$\sqrt{3}=\sqrt[6]{3^3}=\sqrt[6]{27}$ и $\sqrt[3]{4}=\sqrt[6]{4^2}=\sqrt[6]{16}$.

Так как $16<18<27$, то $\sqrt[6]{16}<\sqrt[6]{18}<\sqrt[6]{27}$, т.е. $\sqrt[3]{4}<\sqrt[6]{18}<\sqrt{3}$.

*Ответ:* $\sqrt[3]{4};\ \sqrt[6]{18};\ \sqrt{3}$

**№9. (B48. 8)** Найдите значение выражения

$\sqrt[8]{(-11)^8}+\sqrt[7]{5-\sqrt{26}}\cdot\sqrt[7]{5+\sqrt{26}}-\sqrt[4]{16\dfrac{1}{16}}:\sqrt[8]{257^2}+\sqrt[3]{25\cdot 135}.$

**Решение.**

$\sqrt[8]{(-11)^8}+\sqrt[7]{5-\sqrt{26}}\cdot\sqrt[7]{5+\sqrt{26}}-\sqrt[4]{16\dfrac{1}{16}}:\sqrt[8]{257^2}+\sqrt[3]{25\cdot 135}=$

$11+\sqrt[7]{\left(5-\sqrt{26}\right)\left(5+\sqrt{26}\right)}-\sqrt[4]{\dfrac{257}{16}}\cdot\dfrac{1}{\sqrt[4]{257}}+\sqrt[3]{25\cdot 5\cdot 27}=11-1-\dfrac{1}{2}+5\cdot 3=24{,}5.$

*Ответ:* 24,5

**№10. (В11. 9)** Найдите значение выражения $\dfrac{\sqrt[3]{9+4\sqrt{5}}}{\sqrt[3]{2-\sqrt{5}}}+\sqrt{5}$.

**Решение.**

$$\frac{\sqrt[3]{9+4\sqrt{5}}}{\sqrt[3]{2-\sqrt{5}}}+\sqrt{5}=\frac{\sqrt[3]{\left(2+\sqrt{5}\right)^2}}{\sqrt[3]{2-\sqrt{5}}}+\sqrt{5}=\frac{\sqrt[3]{\left(2+\sqrt{5}\right)^2}\cdot\sqrt[3]{2+\sqrt{5}}}{\sqrt[3]{2-\sqrt{5}}\cdot\sqrt[3]{2+\sqrt{5}}}+\sqrt{5}=\frac{\sqrt[3]{\left(2+\sqrt{5}\right)^3}}{\sqrt[3]{4-\left(\sqrt{5}\right)^2}}+\sqrt{5}=$$

$$=\frac{\sqrt[3]{\left(2+\sqrt{5}\right)^3}}{\sqrt[3]{4-\left(\sqrt{5}\right)^2}}+\sqrt{5}=\frac{2+\sqrt{5}}{-1}+\sqrt{5}=-2.$$

*Ответ:* $-2$

## Приложение 3

**Тест по теме «Корень *n*-й степени и его свойства»**
**Время выполнения теста – 35 минут**

| Задание | Варианты ответов |
|---|---|
| **№1.** Найдите значение выражения $\left(-2\sqrt[3]{2}\right)^6$. | 1) $\sqrt[3]{64}$;<br>2) 4;<br>3) $\sqrt[3]{2}$;<br>4) 64;<br>5) 256. |
| **№2.** Внесите множитель под знак корня в выражении $(4-m)\sqrt[6]{2m-8}$. | 1) $\sqrt[6]{(2m-8)(4-m)}$;<br>2) $\sqrt[6]{(2m-8)(4-m)^6}$;<br>3) $-\sqrt[6]{2(4-m)^7}$;<br>4) $-\sqrt[6]{2(m-4)^7}$;<br>5) $-\sqrt[6]{2(m-4)^2}$. |
| **№3.** Расположите числа $\sqrt{6};\ 2\sqrt[6]{3};\ \sqrt[3]{15}$ в порядке возрастания. | 1) $\sqrt{6};\ 2\sqrt[6]{3};\ \sqrt[3]{15}$;<br>2) $2\sqrt[6]{3};\ \sqrt[3]{15};\ \sqrt{6}$;<br>3) $\sqrt[3]{15};\ 2\sqrt[6]{3};\ \sqrt{6}$;<br>4) $2\sqrt[6]{3};\ \sqrt{6};\ \sqrt[3]{15}$;<br>5) $\sqrt{6};\ \sqrt[3]{15};\ 2\sqrt[6]{3}$. |
| **№4.** Укажите неверное равенство: | 1) $\sqrt{45a^3}=3a\sqrt{5a}$;<br>2) $\sqrt[5]{-32x^6}=-2x\sqrt[5]{-x}$;<br>3) $\sqrt[4]{16(m-n)^4}=2\lvert m-n\rvert$; |

| | |
|---|---|
| | 4) $\sqrt[8]{(-5)^8 a^{12}} = 5\|a\|\sqrt{\|a\|}$;<br>5) $\sqrt[6]{-64y^7} = -2y\sqrt[6]{-y}$. |
| **№5.** Упростите выражение<br>$\dfrac{\left(\sqrt[10]{a\sqrt[3]{a}}\right)^3}{\left(\sqrt[5]{a^4}\right)^3} \cdot \dfrac{\left(\sqrt{a\sqrt[3]{a^2b}}\right)^4}{\left(\sqrt[4]{a\sqrt{b}}\right)^6}$. | 1) $\dfrac{1}{\sqrt[12]{a^2b}}$;<br>2) $\dfrac{1}{\sqrt[6]{a^2b}}$;<br>3) $ab$;<br>4) $\sqrt[5]{ab}$;<br>5) $\dfrac{1}{a^2\sqrt[12]{b}}$. |
| **№6.** Сократите дробь $\dfrac{\sqrt{-m}-\sqrt{mn}}{-\sqrt{-m}}+1$. | 1) $-\sqrt{-n}$;<br>2) $\sqrt{n}$;<br>3) $\sqrt{-n}$;<br>4) 1;<br>5) $-\sqrt{n}$. |
| **№7.** Упростите выражение $\left(\dfrac{x+1}{\sqrt{x}}+\dfrac{1}{x-\sqrt{x}}-\dfrac{x}{\sqrt{x}+1}\right)\cdot\dfrac{1-x}{1+x}$. | |
| **№8.** Найдите значение выражения $\dfrac{1-\sqrt{21}}{\sqrt{3}+\sqrt{7}}+\dfrac{26}{3\sqrt{3}+1}-\sqrt{21}-\left(\sqrt{7}-1\right)\left(1-\sqrt{3}\right)$. | |
| **№9.** Найдите значение выражения $\sqrt{6+4\sqrt{2}}-\sqrt[4]{17-12\sqrt{2}}$. | |
| **№10.** Найдите наибольшее целое число, не превосходящее значение выражения $\dfrac{f\left(2+\sqrt{5}\right)-f\left(2-\sqrt{5}\right)}{f\left(2-\sqrt{5}\right)+f\left(2+\sqrt{5}\right)}$, где $f(x)=5-x^2$. | |

**Таблица ответов**

| *1* | *2* | *3* | *4* | *5* | *6* | *7* | *8* | *9* | *10* |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 5 | 4 | 4 | 2 | 1 | 3 | -1 | 0 | 3 | 2 |

**Решения теста «Корень *n*-й степени и его свойства»**

**№1.**

$\left(-2\sqrt[3]{2}\right)^6 = (-2)^6 \cdot \left(\sqrt[3]{2}\right)^6 = 2^6 \cdot 2^2 = 2^8 = 256.$

**№2.**

Выражение $(4-m)\sqrt[6]{2m-8}$ имеет смысл при $2m-8 \ge 0$; $m \ge 4$, т.е. множитель $(4-m)<0$. Тогда

$$(4-m)\sqrt[6]{2m-8}=-(m-4)\sqrt[6]{2m-8}=-\sqrt[6]{(m-4)^6(2m-8)}=-\sqrt[6]{2(m-4)^6(m-4)}=-\sqrt[6]{2(m-4)^7}$$

**№3.**

$\sqrt{6}=\sqrt[6]{6^3}=\sqrt[6]{216}$;

$2\sqrt[6]{3}=\sqrt[6]{2^6\cdot 3}=\sqrt[6]{192}$;

$\sqrt[3]{15}=\sqrt[6]{15^2}=\sqrt[6]{225}$.

Так как $\sqrt[6]{192}<\sqrt[6]{216}<\sqrt[6]{225}$, то $2\sqrt[6]{3}<\sqrt{6}<\sqrt[3]{15}$

**№4.**

Неверным является равенство $\sqrt[5]{-32x^6}=-2x\sqrt[5]{-x}$, так как $\sqrt[5]{-32x^6}=-2x\sqrt[5]{x}$.

**№5.**

$$\frac{\left(\sqrt[10]{a\sqrt[3]{a}}\right)^3}{\left(\sqrt[5]{a^4}\right)^3}\cdot\frac{\left(\sqrt{a\sqrt[3]{a^2b}}\right)^4}{\left(\sqrt[4]{a\sqrt{b}}\right)^6}=\frac{\left(\sqrt[30]{a^4}\right)^3}{\left(\sqrt[5]{a^4}\right)^3}\cdot\frac{\left(\sqrt{\sqrt[3]{a^5b}}\right)^4}{\left(\sqrt[4]{\sqrt{a^2b}}\right)^6}=\frac{\sqrt[5]{a^2}}{\sqrt[5]{a^{12}}}\cdot\frac{\left(\sqrt{\sqrt[3]{a^5b}}\right)^4}{\left(\sqrt[4]{\sqrt{a^2b}}\right)^6}=\frac{1}{\sqrt[5]{a^{10}}}\cdot\frac{\left(\sqrt[6]{a^5b}\right)^4}{\left(\sqrt[8]{a^2b}\right)^6}=\frac{1}{a^2}\cdot\frac{\sqrt[3]{a^{10}b^2}}{\sqrt[4]{a^6b^3}}=$$

$$=\frac{1}{a^2}\cdot\frac{\sqrt[12]{a^{40}b^8}}{\sqrt[12]{a^{18}b^9}}=\frac{1}{\sqrt[12]{a^{24}}}\cdot\frac{\sqrt[12]{a^{22}}}{\sqrt[12]{b}}=\frac{1}{\sqrt[12]{a^2b}}.$$

**№6.**

$$\frac{\sqrt{-m}-\sqrt{mn}}{-\sqrt{-m}}+1=\frac{\sqrt{-m}-\sqrt{(-m)(-n)}}{-\sqrt{-m}}+1=\frac{\sqrt{-m}-\sqrt{-m}\sqrt{-n}}{-\sqrt{-m}}+1=\frac{\sqrt{-m}\left(1-\sqrt{-n}\right)}{-\sqrt{-m}}+1=$$

$$=-\left(1-\sqrt{-n}\right)+1=-1+\sqrt{-n}+1=\sqrt{-n}.$$

**№7.**

$$\left(\frac{x+1}{\sqrt{x}}+\frac{1}{x-\sqrt{x}}-\frac{x}{\sqrt{x}+1}\right)\cdot\frac{1-x}{1+x}=\left(\frac{x+1}{\sqrt{x}}+\frac{1}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-1\right)}-\frac{x}{\sqrt{x}+1}\right)\cdot\frac{1-x}{1+x}=$$

$$=\frac{(x+1)\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)+\left(\sqrt{x}+1\right)-x\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-1\right)}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}\cdot\frac{1-x}{1+x}=$$

$$=\frac{(x+1)(x-1)+\sqrt{x}+1-x^2+x\sqrt{x}}{\sqrt{x}(x-1)}\cdot\frac{1-x}{1+x}=\frac{x^2-1+\sqrt{x}+1-x^2+x\sqrt{x}}{\sqrt{x}(x-1)}\cdot\frac{1-x}{1+x}=$$

$$=-\frac{\sqrt{x}+x\sqrt{x}}{\sqrt{x}(1-x)}\cdot\frac{1-x}{1+x}=-\frac{\sqrt{x}(1+x)}{\sqrt{x}(1-x)}\cdot\frac{1-x}{1+x}=-1.$$

**№8.**

$$\frac{1-\sqrt{21}}{\sqrt{3}+\sqrt{7}}+\frac{26}{3\sqrt{3}+1}-\sqrt{21}-\left(\sqrt{7}-1\right)\left(1-\sqrt{3}\right)=$$

$$=\frac{(1-\sqrt{21})(\sqrt{3}-\sqrt{7})}{(\sqrt{3}+\sqrt{7})(\sqrt{3}-\sqrt{7})}+\frac{26(3\sqrt{3}-1)}{(3\sqrt{3}+1)(3\sqrt{3}-1)}-\sqrt{21}-(\sqrt{7}-\sqrt{21}-1+\sqrt{3})=$$

$$=\frac{\sqrt{3}-\sqrt{7}-3\sqrt{7}+7\sqrt{3}}{-4}+\frac{26(3\sqrt{3}-1)}{26}-\sqrt{7}+1-\sqrt{3}=\frac{8\sqrt{3}-4\sqrt{7}}{-4}+3\sqrt{3}-1-\sqrt{7}+1-\sqrt{3}=$$

$$=-2\sqrt{3}+\sqrt{7}+3\sqrt{3}-1-\sqrt{7}+1-\sqrt{3}=0.$$

**№9.**

$$\sqrt{6+4\sqrt{2}}-\sqrt[4]{17-12\sqrt{2}}=\sqrt{(2+\sqrt{2})^2}-\sqrt[4]{(3-2\sqrt{2})^2}=|2+\sqrt{2}|-\sqrt{|3-2\sqrt{2}|}=$$

$$=2+\sqrt{2}-\sqrt{(1-\sqrt{2})^2}=2+\sqrt{2}-|1-\sqrt{2}|=2+\sqrt{2}-(\sqrt{2}-1)=3.$$

**№10.**

$$f(2+\sqrt{5})=5-(2+\sqrt{5})^2=5-(4+4\sqrt{5}+5)=-4-4\sqrt{5};$$

$$f(2-\sqrt{5})=5-(2-\sqrt{5})^2=5-(4-4\sqrt{5}+5)=-4+4\sqrt{5}.$$

Тогда $\dfrac{f(2+\sqrt{5})-f(2-\sqrt{5})}{f(2-\sqrt{5})+f(2+\sqrt{5})}=\dfrac{-4-4\sqrt{5}-(-4+4\sqrt{5})}{-4+4\sqrt{5}-4-4\sqrt{5}}=\dfrac{-8\sqrt{5}}{-4-4}=\sqrt{5}$.

Так как $2<\sqrt{5}<3$, то наибольшим целым числом, не превосходящим значение данного выражения, является число 2.

## Список используемой литературы


1. 2600 тестов и проверочных заданий по математике / П.И.Алтынов, Л.И.Звавич, А.И.Медяник. М.: Дрофа, 2000.
2. А.И.Азевич. Рубежные тестовые работы по математике для 5-11 классов / А.И.Азевич. М.: Школьная пресса, 2002.
3. Тесты по математике: 5-11 классы/ М.: Олимп:Астрель, 1999.
4. Сборник задач для поступающих во втузы / под ред. М.И.Сканави. М.: ОНИКС 21 век, 2005.
5. Учебно-методическая газета «Математика» / М.: Первое сентября, 2000-2004.
6. Учебно-методический журнал «Математика в школе» / М.: Школа-Пресс, 2004.
7. Сборник заданий для выпускного экзамена по учебному предмету математика на уровне общего среднего образования. Минск: Аверсэв, 2011.
8. 3000 конкурсных задач по математике, М.: Айрис: Рольф, 1997.
9. Мерзляк, А. Г. Алгебраический тренажер / А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонский, М. С. Якир. - Киев: А. С. К., 1997.
10. Учебные пособия «Алгебра 10», «Алгебра 11» под редакцией профессора Л.Б.Шнепермана.

11. Учебные пособия «Математика 10», «Математика 11» авторов Л.А. Латотин, Б.Д. Чеботаревский.

**«Логарифмические уравнения»**

**Сюжет:** представление ситуации в тематическом аспекте.

Сегодня на уроке мы продолжим работать по теме «Логарифмические уравнения». Мы повторим основные приемы преобразования и способы решения логарифмических уравнений, расширим знания по теме "Логарифмические уравнения" посредством знакомства с уравнениями, содержащими знак модуля.

**Тема урока** «Логарифмические уравнения» (11 класс).

**Тип урока:** урок закрепления и развития знаний, умений и навыков.

**Организационная форма проведения урока:** фронтальная, индивидуальная.

**Цели урока:**

*образовательные* – повторение основных приемов преобразования и способов решения логарифмических уравнений; акцентирование внимания учащихся на возможных ошибках в решении логарифмических уравнений. Расширение знаний по теме "Логарифмические уравнения" посредством знакомства с уравнениями, содержащими знак модуля;

*развивающие* – развитие познавательных способностей посредством содержания и формы проведения урока, развитие умения анализировать, сопоставлять, делать выводы, синтезировать полученные знания и умения;

*воспитательные* – развитие коммуникативных навыков, развитие монологической речи, умения критически мыслить, отстаивать свою точку зрения.

**Оборудование:** классная доска, листы для самостоятельной работы, компьютер, проектор, экран, презентация.

**Структура урока.**

1. Организационный момент (1 мин).
2. Сообщение темы, постановка цели урока, мотивация учебной деятельности (2 мин).
3. Акцентирование внимания учащихся на материале предыдущего урока. Устная работа (5 мин).
4. Воспроизведение учащимися изученного и его применение при выполнении различных задач и упражнений (8 мин).
5. Выполнение тренировочной самостоятельной работы (15 мин).
6. Проверка выполнения работ и коррекция знаний (по необходимости) (2 мин).
7. Применение знаний в новых ситуациях (10 мин).
8. Постановка домашнего задания (1 мин).
9. Подведение итогов урока. Рефлексия (1 мин).

**Ход урока**

| Этапы урока | Деятельность учителя | Деятельность учащихся |
|---|---|---|

| | | |
|---|---|---|
| 1. Организационный момент | Учитель приветствует учащихся. Мобилизует учащихся для активной работы на уроке, создает благоприятный психологический настрой. | Учащиеся приветствуют учителя. Настраиваются на активную и продуктивную работу на уроке. |
| 2. Сообщение темы, постановка цели урока, мотивация учебной деятельности | Записывает на доске дату, тему урока. Подводит учащихся к формулировке цели урока.<br>Предлагает учащимся познакомиться с историческими сведениями о том, когда был введен термин «логарифм».<br>*Приложение 1* | Записывают дату, тему урока в тетради. |
| 3. Акцентирование внимания учащихся на материале предыдущего урока. Устная работа | Учитель предлагает учащимся решить устно задания, которые записаны заранее на доске, или проецируются на экран через проектор.<br>*Приложение 2* | Учащиеся выполняют устные упражнения. |
| 4. Воспроизведение учащимися изученного и его применение при выполнении различных задач и упражнений | Предлагает учащимся ответить на вопросы.<br>*Приложение 3*<br>После того, как учащиеся ответили на вопросы, предлагает им решить четыре логарифмических уравнения. При возникновении трудностей в процессе решения учитель осуществляет своевременную коррекцию действий учащихся и комментирует решения.<br>*Приложение 4* | Отвечают на вопросы учителя. После этого решают предлагаемые уравнения.<br>Каждое из предложенных уравнений решается на доске одним из учеников. |
| 5. Выполнение тренировочной самостоятельной работы | Учитель предлагает учащимся выполнить самостоятельную работу. Работа составлена в четырех вариантах.<br>Во время выполнения работы учитель подходит к ученикам, просматривает их решения и дает к ним комментарии с целью устранения ошибок.<br>*Приложение 5* | Учащиеся приступают к выполнению самостоятельной работы. |
| 6. Проверка выполнения работы, коррекция знаний (по необходимо- | Учитель проверяет работы, анализирует ошибки, которые допустили учащиеся, оценивает их. Отметки за работу можно выставить в журнал по жела- | Проверяют выполнение заданий по готовым ответам. |

| | | |
|---|---|---|
| сти) | нию учащихся.<br>*Приложение 6* | |
| 7. Применение знаний в новых ситуациях | Совместная работа учителя с классом. К доске приглашаются по очереди двое учащихся, перед которыми ставится задача предложить способ решения логарифмического уравнения.<br>*Приложение 7* | Два ученика по очереди решают уравнения у доски. |
| 8. Постановка домашнего задания | Учитель предъявляет задания для домашней работы, кратко их характеризует. | Фиксируют в дневнике задания для домашней работы, задают вопросы. |
| 9. Подведение итогов урока | Предъявляет задания для подведения итогов, Акцентирует внимание на ключевых моментах темы. Дает оценку успешности достижения целей урока и работы учащихся на уроке. Предлагает учащимся оценить свою работу на уроке. Например:<br>1) мне было легко; 2) мне было как обычно; 3) мне было трудно. | Выполняют задания для подведения итогов, обсуждают ключевые моменты темы, качество своей работы. |

**Приложение 1**

Термин “логарифм” возник из сочетания греческих слов: логос – отношение, аритмос – число. Понятие логарифма было введено в XVII веке Джоном Непером (1550 – 1617 г.), шотландским математиком.

**Приложение 2**

1. Укажите выражения, имеющие смысл. Найдите их значение.

1) $\log_5 125$; 2) $\lg 0{,}01$; 3) $\log_5 1$; 4) $\log_2 \sqrt{2}$; 5) $\log_5(-25)$;

6) $\log_1 5$; 7) $\log_2 \log_2 16$; 8) $\log_2 68 - \log_2 17$; 9) $\log_{-\frac{1}{3}} 9$; 10) $2^{2+\log_2 5}$.

2. Среди данных уравнений выберите логарифмические. Для каждого из выбранных уравнений укажите способ его решения.

1) $\log_2(3-6x)=3$; 2) $\left(\frac{1}{3}\right)^{2x-1}=81$; 3) $\lg\left(x^2-2x\right)=\lg(2x+12)$; 4) $5^{x+1}-5^{x-1}=24$;
5) $x^{\lg x}=10000$; 6) $32x+5=3x+22$; 7) $\log^2{}_3 x-\log_3 x-2=0$; 8) $\log_2 x-\log_4 x=3$;
9) $2x=x^2-2$; 10) $\log_5(3x+2)+\log_5(x+2)=\log_5(2x+4)$.

3. Найдите *x*:

1) $\log_x 5 = -1$;  2) $\log_3 x = 3$;  3) $\log_x 16 = 2$;  4) $\lg x = -2$.

**Приложение 3**

**Вопросы**

1) Что понимают под логарифмическим уравнением?

2) Что называется корнем уравнения?

3) Что значит «решить уравнение»?

4) Какие уравнения называются равносильными?

5) Обязательной ли является в общем случае проверка найденных значений неизвестного по условию уравнения?

6) Какие свойства логарифмов вам известны?

**Приложение 4**

1. Решите уравнение $\lg\left(x^2-2x\right)-\lg\left(2x+12\right)=0$.

Решение. $\lg\left(x^2-2x\right)=\lg\left(2x+12\right)$, $\begin{cases} x^2-2x=2x+12, \\ 2x+12>0; \end{cases}$, $\begin{cases} x^2-4x-12=0, \\ x>-6; \end{cases}$,

$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} x=-2, \\ x=6, \end{array}\right. \\ x>-6; \end{cases}$ $\left[\begin{array}{l} x=-2, \\ x=6. \end{array}\right.$.

Ответ: $-2; 6$.

2. Решите уравнение $\log^2{}_3 x-\log_3 x-2=0$.

Решение. Пусть $\log_3 x = y$, тогда $y^2-y-2=0$. Решим это уравнение: $y=-1$ или $y=2$.

Таким образом,

$\left[\begin{array}{l} \log_3 x=-1, \\ \log_3 x=2; \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{1}{3}, \\ x=9. \end{array}\right.$

Ответ: $\dfrac{1}{3}; 9$.

3. Решите уравнение $\log_2 x-\log_4 x=3$.

Решение. $\log_2 x-\dfrac{1}{2}\log_2 x=3$, $\dfrac{1}{2}\log_2 x=3$, $\log_2 x=6$, $x=64$.

Ответ: 64.

4. Решите уравнение $\log_5(3x+2)+\log_5(x+2)=\log_5(2x+4)$.

Решение. $\log_5(3x+2)(x+2)=\log_5(2x+4)$, $\log_5\left(3x^2+8x+4\right)=\log_5(2x+4)$,

$3x^2+8x+4=2x+4$, $3x^2+6x=0$, $x=-\dfrac{2}{3}$ или $x=0$.

Проверка.

$x=-\dfrac{2}{3}$ не является корнем.

Если $x=0$, то $\log_5 4=\log_5 4$.

Ответ: 0.

**Приложение 5**

Самостоятельная работа с последующей самопроверкой.

**Вариант 1**

№1. Найдите $x$, если $x=\frac{1}{2}\lg 9-\frac{2}{3}\lg 8$.

№2. Решите уравнение: $\log_3(x^2-x+1)=\log_2 8-3$.

№3. Найдите область определения функции $y=\lg\frac{x^2-4}{x}$.

№4. Решите уравнение: $\log_3 x-\log_3(x^2-6)=0$.

№5. Решите уравнение: $\log_5\left(6-5^x\right)=1-x$.

**Вариант 2**

№1. Найдите $x$, если $x=\frac{1}{2}\lg 25-\frac{3}{2}\lg 9$.

№2. Решите уравнение: $\log_2(x^2-x)=\log_3 9-1$.

№3. Найдите область определения функции $y=\lg\frac{x^2-16}{x}$.

№4. Решите уравнение: $\log_{0,1}(x^2-8)-\log_{0,1}(2x)=0$.

№5. Решите уравнение: $\log_3\left(4\cdot 3^{x-1}-1\right)=2x-1$.

**Вариант 3**

№1. Найдите $x$, если $x=\frac{1}{2}\lg 36-\frac{2}{3}\lg 8$.

№2. Решите уравнение: $\log_{0,1}(x^2+3x)=1-\log_4 16$.

№3. Найдите область определения функции $y=\lg\frac{x}{x^2-1}$.

№4. Решите уравнение: $\log_{0,1}(x^2-8)-\log_{0,1}(2x)=0$.

№5. Решите уравнение: $\log_4\left(5-4^x\right)=1-x$.

**Вариант 4**

№1. Найдите $x$, если $x=\frac{1}{2}\lg 16-\frac{3}{2}\lg 9$

№2. Решите уравнение: $\log_{0,5}(x^2-x)=\log_5 25-3$.

№3. Найдите область определения функции $y=\lg\frac{x^2-9}{x}$.

№4. Решите уравнение: $\log_3 x-\log_3(x^2-6)=0$.

№5. Решите уравнение: $\log_2\left(3\cdot 2^{x-1}-1\right)=2x-1$.

**Приложение 6**

**Проверка**

| Номер задания | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| Вариант 1 | $-1$ | 0; 1 | $(-2;0)\cup(2;+\infty)$ | 3 | 0; 1 |
| Вариант 2 | $-22$ | $-1;2$ | $(-4;0)\cup(4;+\infty)$ | 4 | 0; 1 |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Вариант 3 | 2 | $-5; 2$ | $(-1;0)\cup(1;+\infty)$ | 4 | 0; 1 |
| Вариант 4 | $-23$ | $-1; 2$ | $(-3;0)\cup(3;+\infty)$ | 3 | 0; 1 |

**Приложение 7**

1. Решите уравнение $\log_3\left(x^2+8x+16\right)=2$.

Решение. $\log_3\left(x^2+8x+16\right)=2$, $\log_3\left(x+4\right)^2=2$, $2\log_3\left|x+4\right|=2$, $\log_3\left|x+4\right|=1$, $\left|x+4\right|=3$, $\left[\begin{array}{l}x+4=-3,\\ x+4=3;\end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l}x=-7,\\ x=-1.\end{array}\right.$

Ответ: $-7; -1$.

2. Решите уравнение $4\log_2 x^2=\log^2{}_2\left(-x\right)+16$.

Решение.

Данное уравнение равносильно системе

$$\begin{cases}8\log_2\left|x\right|=\log^2{}_2\left(-x\right)+16,\\ x<0.\end{cases}$$

Уравнение $8\log_2\left|x\right|=\log^2{}_2\left(-x\right)+16$ равносильно уравнению $8\log_2\left(-x\right)=\log^2{}_2\left(-x\right)+16$.

Решим его: $\log^2{}_2\left(-x\right)-8\log_2\left(-x\right)+16=0$, $\left(\log_2\left(-x\right)-4\right)^2=0$, $\log_2\left(-x\right)-4=0$, $\log_2\left(-x\right)=4$, $-x=16$, $x=-16$.

Ответ: $-16$.

**Литература**


1. Сборник задач для поступающих во втузы / под ред. М.И.Сканави. М.: ОНИКС 21 век, 2005.
2. Учебно-методическая газета «Математика» / М.: Первое сентября, 2000-2004.
3. Учебно-методический журнал «Математика в школе» / М.: Школа-Пресс, 2004.
4. Сборник заданий для выпускного экзамена по учебному предмету математика на уровне общего среднего образования. Минск: НИО; Аверсэв, 2011.
5. Мерзляк, А. Г. Алгебраический тренажер / А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонский, М. С. Якир. - Киев: А. С. К., 1997.
6. Учебное пособие «Алгебра 11» под редакцией профессора Л.Б.Шнепермана / Минск: Нар. асвета, 2008.
7. Учебное пособие «Алгебра 10 – 11» под редакцией А.Н. Колмогорова / М.: Просвещение, 2000.

**«Рациональные неравенства»**

**Сюжет:** представление ситуации в тематическом аспекте.

Мы заканчиваем изучение темы «Рациональные неравенства» и у нас сегодня обобщающий урок. На уроке мы повторим материал темы, выполнив различные задания. Чтобы проверить уровень усвоения материала этой темы, на уроке будет предложена самостоятельная работа по вариантам с последующей взаимопроверкой.

**Тема урока:** «Рациональные неравенства» (9 класс).

**Тип урока:** урок обобщения и систематизации знаний.

**Организационная форма проведения урока:** фронтальная, работа в парах, индивидуальная.

**Цели урока:**

*образовательные* – обобщить и систематизировать умения и навыки решения рациональных неравенств и их систем;

*развивающие* – развивать приемы мыслительной деятельности, внимание, формировать потребность к приобретению знаний, развивать коммуникативную и информационную компетенции учащихся;

*воспитательные* – воспитывать культуру коллективной работы, развитие самостоятельности.

**Оборудование:** классная доска, листы для самостоятельной работы, компьютер, проектор, экран, презентация.

**Структура урока.**

1. Организационный момент (1 мин).
2. Сообщение темы, постановка цели урока, мотивация учебной деятельности (2 мин).
3. Выполнение учащимися различных заданий, позволяющих осуществить воспроизведение и коррекцию опорных знаний, повторение и анализ основных фактов (7 мин).

1) Устная работа по теории.

2) «Найди ошибку».

4. Обобщение и систематизация понятий.

1) Работа в парах (5 мин).

2) Работа у доски и в тетрадях (7 мин).

5. Физкультминутка (2 мин).
6. Самостоятельная работа (15 мин).
7. Проверка выполнения работы, коррекция знаний (по необходимости) (2 мин).
8. Постановка домашнего задания (2 мин).
9. Подведение итогов урока. Рефлексия (2 мин).

**Ход урока**

| Этапы урока | Действия учителя | Действия учащихся |
|---|---|---|
| 1. Организационный момент | Учитель приветствует учащихся. Эмоционально на- | Учащиеся приветствуют учителя. Настраиваются на |

| | | |
|---|---|---|
| | страивает класс на работу. | активную и продуктивную работу на уроке. |
| 2. Сообщение темы, постановка цели урока, мотивация учебной деятельности | Записывает на доске дату, тему урока. Говорит о том, что закончили изучение темы «Рациональные неравенства» и сегодня обобщающий урок. Предлагает учащимся самим сформулировать цель урока.<br>После того, как учащиеся правильно определили цель урока, приводит высказывание<br>Я. А. Каменского: «Считай несчастным тот день или тот час, в котором ты не усвоил ничего, ничего не прибавил к своему образованию». | Записывают дату, тему урока в тетради. Самостоятельно определяют цель урока. |
| 3. Выполнение учащимися различных заданий, позволяющих осуществить воспроизведение и коррекцию опорных знаний, повторение и анализ основных фактов | 1) Устная работа по теории.<br>Предлагает учащимся ответить на вопросы:<br>1) Какие неравенства называются рациональными?<br>2) Что значит решить неравенство?<br>3) Какие неравенства называются равносильными?<br>4) Как решать методом интервалов:<br>а) строгое рациональное неравенство;<br>б) нестрогое рациональное неравенство?<br>5) Что называется решением системы неравенств с одной переменной?<br>6) Что значит решить систему неравенств?<br>2) Для проверки понимания и умения применять теорию на практике предлагает учащимся выполнить задания «Найди ошибку». | Учащиеся отвечают на вопросы. Выполняют задания «Найди ошибку». Записывают номера заданий с ошибками себе в тетрадь. |

| | | |
|---|---|---|
| | *Приложение 1* | |
| 4. Обобщение и систематизация ранее известных приемов решения неравенств | 1) Работа в парах.<br>*Приложение 2*<br>2) Решение неравенств и систем неравенств у доски (можно предложить учащимся выполнить задания по сборнику экзаменационных материалов по математике за базовую школу).<br>*Приложение 3* | 1) Учащиеся решают предлагаемые неравенства методом интервалов. Выполняют проверку.<br>2) Каждое из предложенных неравенств решается на доске одним из учеников. |
| 5. Физкультминутка | Для снятия зрительного утомления предлагает выполнить специальную гимнастику для глаз. | Выполняют гимнастику для глаз. |
| 6. Самостоятельная работа | Предлагает выполнить самостоятельную работу по вариантам.<br>*Приложение 4* | Выполняют самостоятельную работу. |
| 7. Проверка выполнения работы, коррекция знаний (по необходимости) | По окончании работы проводится взаимопроверка.<br>*Приложение 5* | Учащиеся обмениваются тетрадями. Проверяют выполнение заданий по готовым ответам. |
| 8. Постановка домашнего задания | Учитель предъявляет задания для домашней работы, кратко их характеризует. | Фиксируют в дневнике задания для домашней работы, задают вопросы. |
| 9. Подведение итогов урока. Рефлексия. | Предлагает учащимся высказать свое мнение об уроке, определить уровень достижения цели, проанализировав результаты своей работы.<br>Например:<br>1) Чем данный урок был полезен для меня?<br>2) Какие пробелы в знаниях помог восполнить?<br>3) Что нового для себя я открыл на уроке?<br>Благодарит всех за урок. | Высказывают свое мнение, определяют уровень достижения цели. |

**Приложение 1**

**«Найди ошибку»**

1) Если $-2x \le 2$, то $x \le -1$.

2) Неравенства $4x+\frac{1}{x-4}>7+\frac{1}{x-4}$ и $4x>7$ равносильны.

3) Система $\begin{cases} x>5, \\ x<6 \end{cases}$ не имеет целых решений.

4) Неравенства $\frac{5x+12}{x-1}\le 0$ и $(5x+12)(x-1)\le 0$ равносильны.

5) Если $\frac{x-2}{5x^2+3}>0$, то $x>2$.

6) Неравенства $\frac{1}{x-9}<2$ и $1<2(x-9)$ равносильны.

7) Если $-3\le -3x\le 6$, то $1\le x\le 2$.

**Проверка**

Номера заданий с ошибками: 1), 2), 4), 6), 7).

**Приложение 2**

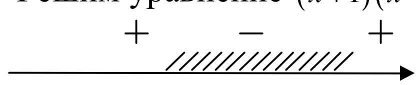
**Задания для работы в парах**

1. Решите неравенство: $\frac{x+1}{x-7,5}<0$.
2. Решите неравенство: $\frac{(x+3)(x-5)}{x+1}\ge 0$.
3. Найдите количество натуральных решений неравенства $\frac{x^2-5x-14}{x+4}\le 0$.

**Проверка**

1. $\frac{x+1}{x-7,5}<0$, $(x+1)(x-7,5)<0$. Рассмотрим функцию $y=(x+1)(x-7,5)$, $D(f)=R$.

Решим уравнение $(x+1)(x-7,5)=0$, $x_1=-1$, $x_2=7,5$.

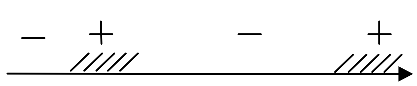



Неравенство $\frac{x+1}{x-7,5}<0$ выполняется при $x\in(-1;\ 7,5)$.

Ответ: $(-1;\ 7,5)$.

2. Рассмотрим функцию $y=\frac{(x+3)(x-5)}{x+1}$, $D(y)=(-\infty;-1)\cup(-1;+\infty)$.

Решим уравнение $\frac{(x+3)(x-5)}{x+1}=0$, $\begin{cases}(x+3)(x-5)=0, \\ x+1\ne 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x=-3 \text{ или } x=5, \\ x\ne -1.\end{cases}$

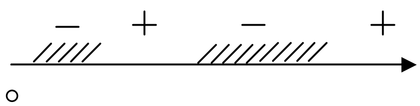



Неравенство $\frac{(x+3)(x-5)}{x+1}\ge 0$ выполняется при $x\in[-3;\ -1)\cup[5;\ +\infty)$.

Ответ: $[-3;\,-1)\cup[5;\,+\infty)$.

3. $\dfrac{x^2-5x-14}{x+4}\le 0$, $\dfrac{(x+2)(x-7)}{x+4}\le 0$. Рассмотрим функцию $y=\dfrac{(x+2)(x-7)}{x+4}$, $D(y)=(-\infty;-4)\cup(-4;\,+\infty)$.

Решим уравнение $\dfrac{(x+2)(x-7)}{x+4}=0$, $\begin{cases}(x+2)(x-7)=0,\\ x+4\ne 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x=-2 \ \textit{или} \ x=7,\\ x\ne -4.\end{cases}$




Неравенство $\dfrac{x^2-5x-14}{x+4}\le 0$ выполняется при $x\in(-\infty;\,-4)\cup[-2;\,7]$. Натуральными решениями неравенства являются числа: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. Их количество равно 7.

Ответ: 7.

**Приложение 3**

**Решение неравенств и систем неравенств у доски**

1. Решите неравенство: $x+\dfrac{3}{x}\le -4$.

2. Найдите наименьшее целое решение неравенства: $\dfrac{(x+5)^2}{x-1}\ge 0$.

3. Найдите количество простых чисел, которые являются решениями неравенства $3<\dfrac{5x-1}{2x-3}<5$.

**Приложение 4**

**Самостоятельная работа**

| Вариант 1 | Вариант 2 |
|---|---|
| 1. Укажите промежуток, являющийся решением неравенства $\dfrac{x+3}{x-5}>0$.<br>1) $(-\infty;\,3)\cup(5;+\infty)$; 2) $(-3;\,5)$;<br>3) $(-\infty;\,-3)\cup(5;+\infty)$; 4) $(-\infty;\,-3]\cup(5;+\infty)$. | 1. Укажите промежуток, являющийся решением неравенства $\dfrac{x+4}{x-7}<0$.<br>1) $(-\infty;\,4)\cup(7;+\infty)$; 2) $(4;\,7)$;<br>3) $(-4;\,7)$; 4) $[-4;\,7)$. |
| 2. Решите неравенство: $\dfrac{2-6x}{4x^2+8}\le 0$. | 2. Решите неравенство: $\dfrac{3-9x}{2x^2+6}\ge 0$. |
| 3. Решите неравенство: $\dfrac{1-x}{x+2}\ge 0$. | 3. Решите неравенство: $\dfrac{2-x}{x+3}\le 0$. |
| 4. Найдите сумму наибольшего и наименьшего целых решений неравенства $\dfrac{(x+4)(x-3)}{(x-2)^2}<0$. | Найдите разность между целыми наибольшим и наименьшим решениями неравенства $\dfrac{(x-4)(x+2)}{(x-1)^2}<0$. |
| 5. Найдите наименьшее целое решение | Найдите наибольшее целое решение |

| | |
|---|---|
| неравенства $\frac{x-10}{2-x}>1$. | неравенства $\frac{x-11}{3-x}>1$. |
| 6. Найдите сумму целых отрицательных решение неравенства: $\frac{x^2-3x+2}{x^2-x+30}\le 0$. | 6. Найдите сумму целых положительных решение неравенства: $\frac{x^2-4x+3}{x^2-7x+10}\le 0$. |

**Приложение 5**

**Проверка**

| Номер задания | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Вариант 1 | 3 | $\left[\frac{1}{3};+\infty\right)$ | $(-2;1]$ | $-2$ | 3 | -10 |
| Вариант 2 | 3 | $\left(-\infty;\frac{1}{3}\right]$ | $(-\infty;-3)\cup[2;+\infty)$ | 4 | 6 | 8 |

**Литература**


8. А.И.Азевич. Рубежные тестовые работы по математике для 5-11 классов / А.И.Азевич. М.: Школьная пресса, 2002.
9. Алгебра: Учебн. для 9 кл. / Ю.Н.Макарычев, Н.Г.Миндюк, К.И.Нешков, С.Б.Суворова. М.: Прсвещение, 2000.
10. Учебно-методическая газета «Математика» / М.: Первое сентября, 2000-2004.
11. Учебно-методический журнал «Математика в школе» / М.: Школа-Пресс, 2004.
12. Сборник заданий для выпускного экзамена по учебному предмету математика на уровне общего базового образования. Минск: Народная асвета, 2010.
13. Мерзляк, А. Г. Алгебраический тренажер / А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонский, М. С. Якир. - Киев: А. С. К., 1997.
14. Учебное пособие «Алгебра 9» под редакцией профессора Л.Б.Шнепермана / Минск: Нар. асвета, 2008.
15. Галицкий, М.Л. Сборник задач по алгебре для 8-9 классов/ М.Л. Галицкий, А.М. Гольдман, Л.И. Звавич. М.: Просвещение, 1992.

### «Понятие логарифма. Основное логарифмическое тождество»

***1. Сюжет***

*Представление ситуации для раскрытия темы.*

В XVI веке, когда еще не было современных калькуляторов, людям приходилось выполнять очень трудоемкие вычисления. И они всячески пытались упростить и сократить записи. Они уже умели возводить в степень и знали свойства степеней. В конце века нескольким математикам, почти одновременно, пришла в голову идея: заменить трудоёмкое умножение на простое сложение, сопоставив с помощью специальных таблиц геометрическую и арифметическую прогрессии. Так появилась понятие логарифмирования — как операции, обратной возведению в степень.

Сегодня на уроке вам предстоит проверить умения решать простейшие показательные уравнения, чтобы можно было ввести новое для вас понятие.

*Постановка целей и проблемных вопросов темы урока:*

*Цели нашего урока:*

*во-первых,* познакомиться с понятием логарифма;

*во-вторых,* сформулировать основное логарифмическое тождество;

*в-третьих,* научиться вычислять логарифмы.

*Цели предполагают решение следующих задач:*

*а) **обучающие**: ввести понятия логарифма; ввести обозначения для десятичных и натуральных логарифмов; сформулировать основное логарифмическое тождество и рассмотреть его применение в простейших ситуациях;*

*б) **развивающие**: развивать математическую терминологию; умения грамотно читать математические записи;*

*в) **воспитательные:** прививать аккуратность и правильность записи математических символов и выражений, интерес к предмету.*

*Проблемные вопросы:*

*а) на которые учащиеся могут ответить:*

Решить графически уравнения:

1) $2^x=0$;
2) $2^x=-2$;
2) $2^x=1$;
3) $2^x=4$.

*б) ответы, на которые требуют введения нового материала:*

Решить графически уравнения:

1) $2^x=6$;
2) $2^x=5$;
3) $2^x=7$.

***2. Ролевые взаимодействия между участниками образовательного процесса***

В процессе проведения урока можно работать индивидуально или группами.

*Роль учителя*: создание проблемных ситуаций для активизации мыслительной деятельности учащихся при изучении нового материала.

*Роль учащихся*:

а) активное разрешение проблемных ситуаций при изучении нового материала;

б) выполнение соответствующих практических заданий.

*Описание различных типов деятельности между участниками образовательного процесса:*

а) коммуникативная деятельность (между учащимися и между учителем и учащимися),

б) оценочная деятельность,

в) аналитическая деятельность.

***3. Ситуации по реализации взаимодействия участниками образовательного процесса***

| **Деятельность учителя** | **Деятельность учащихся** | **Деятельность учителя в зависимости от деятельности учащихся** |
|---|---|---|
| Предлагает учащимся решить графически уравнения (см. проблемные вопросы, а).<br><br>а) $2^x=0$;<br><br>б) $2^x=-2$;<br><br>в) $2^x=1$;<br><br>г) $2^x=4$. | Учащиеся комментируют решение по готовым чертежам<br>а) Графики функций $y=2^x$ и $y=0$ точек пересечения не имеют. Уравнение корней не имеет.<br>б) Графики функций $y=2^x$ и $y=-2$ точек пересечения не имеют. Уравнение корней не имеет.<br>в) Графики функций $y=2^x$ и $y=1$ пересекаются в одной точке, абсцисса которой равна 0. 0 – единственный корень уравнения.<br>г) Графики функций $y=2^x$ и $y=4$ пересекаются в одной точке, абсцисса которой равна 2. 2 – единственный корень уравнения. | Учитель демонстрирует решения с помощью мультимедиа (слайды). |

| | | |
|---|---|---|
| Предлагает учащимся решить графически уравнения<br>(см. проблемные вопросы, б).<br>а) $2^x=6$;<br>б) $2^x=5$;<br>в) $2^x=7$.<br>Решения демонстрируются на слайдах (слайды). | Учащиеся наблюдают на слайдах, что графики функций (а, б, в) пересекаются в одной точке. Ясно, что уравнение имеет один корень, заключенный в промежутке от 2 до 3. Однако точное значение корня по чертежу определить нельзя. | Учитель дает комментарий:<br>Обдумывая ситуацию с уравнением вида $a^x=b$, математики ввели в новый символ $\log_a b$.<br>С его помощью корень данного уравнения записали так: $x=\log_a b$<br>Читается: «Логарифм числа *b* по основанию *a*».<br>Означает: «Показатель степени, в которую надо возвести а, чтобы получить *b*» |
| Предлагает учащимся записать решения уравнений (а, б, в), используя символ логарифма, и прокомментировать. | Учащиеся записывают и поясняют:<br>а) $x=\log_2 6$. Показатель степени, в которую надо возвести 2, чтобы получить 6.<br>б) $x=\log_2 5$. Показатель степени, в которую надо возвести 2, чтобы получить 5<br>в) $x=\log_2 7$. Показатель степени, в которую надо возвести 2, чтобы получить 7. | Учитель в зависимости от ответов учащихся корректирует их работу. |

| | | |
|---|---|---|
| Демонстрирует учащимся таблицу, где параллельно записаны примеры операций возведение в степень и логарифмирования. (Приложение 1). | Комментируют таблицу приложения 1 (на слайде) и делают выводы:<br>1) основание логарифма и основание степени в каждой строчке – одно и то же число.<br>2) возведение в степень и логарифмирование – взаимно обратные операции | Если учащиеся не могут самостоятельно сформулировать выводы, учитель задает наводящие вопросы. |
| Задает проблемные вопросы:<br>а) Можно ли найти логарифм нуля?<br>б) Существует ли логарифм отрицательного числа? | Используя графическую иллюстрацию, учащиеся убеждаются, что логарифм отрицательного числа, так же как логарифм нуля, не существует, поскольку $a^x>0$ для любых *x*. | В случае затруднения приводит графическую иллюстрацию на слайдах |
| Вводит точное определение логарифма и делает краткую запись.<br>$c = \log_a b \Leftrightarrow a^c = b$,<br>$(a > 0,\ a \neq 1,\ b > 0)$<br><br>Предлагает учащимся самостоятельно привести по три примера с различными основаниями (целым, рациональным) | Учащиеся записывают определение в тетради.<br>Каждый приводит свои примеры с пояснениями.<br>Например,<br>$\log_2 16 = 4$, т.к. $2^4=16$;<br><br>$\log_{0,2} \frac{1}{25} = 2$, т.к. $(0,2)^2=\frac{1}{25}$;<br>$\log_{\frac{1}{3}} 27 = -3$, т.к. $\left(\frac{1}{3}\right)^{-3} = 27$ | В случае затруднения учитель приводит любой типичный пример с пояснением и следит, чтобы каждый учащийся записал свой пример |
| Отмечает, что точное рациональное значение можно указать не для всякого логарифма и просит учащихся привести примеры. | Учащиеся самостоятельно приводят примеры.<br>Например, $\log_3 7$, $\log_{11} 71$ и т.п. | Напоминает учащимся, что такие числа называют *иррациональны ми* |
| Выделяет три логарифма:<br>$\log_a 1$ | Учащиеся записывают формулы с примерами<br>$\log_a a = 1$ | В случае затруднения задает наводящие вопросы: |

| | | |
|---|---|---|
| $\log_a a$<br>$\log_a a^c$<br>Учащимся предлагается попробовать найти значения, записать формулы и привести примеры. | $\log_a 1 = 0$<br>$\log_a a^c = c$ | – В какую степень надо возвести число, чтобы получить 1?<br>– В какую степень надо возвести число, чтобы оно не изменилось?<br>– Чтобы получить число $a^c$, в какую степень надо возвести число $a$? |
| Записывает основное логарифмическое тождество, которое следует из определения логарифма (обязательно акцентирует внимание на ограничениях):<br>Для $a > 0$, $a \neq 1$, $b > 0$<br>$a^{\log_a b} = b$<br>Предлагает учащимся самостоятельно привести примеры | Записывают основное логарифмическое тождество и приводят примеры.<br><br>Переносят в тетради схематическое изображение графиков для случаев:<br>$a > 1$, когда $b > 0$ и $b < 0$;<br>$0 < a < 1$, когда $b > 0$ и $b < 0$ | Проверяет правильность записи, в случае затруднения помогает учащимся.<br>На слайдах демонстрирует графическое представление – разбирает случаи:<br>$a > 1$, $b > 0$;<br>$a > 1$, $b < 0$;<br>$0 < a < 1$, $b > 0$;<br>$0 < a < 1$, $b < 0$ (приложение 2) |
| Вводит понятия десятичный и натуральный логарифмы.<br>Записывает их специальные обозначения<br>$\lg a = \log_{10} a$,<br>$\ln a = \log_e a$ (e – число Эйлера).<br>Просит учащихся записать примеры самостоятельно.<br>Обращает внимание, что в эпоху всеобщей компьютеризации более важны стали логарифмы по основанию 2. (Объясните, почему)<br>Они применяются в теории информации и информатике. | Самостоятельно в тетрадях записывают примеры десятичных и натуральных логарифмов, используя специальные обозначения.<br><br>Поясняют, что в информатике используется двоичная система счисления и понятие «бит». | Проверяет правильность записи, в случае затруднения помогает учащимся.<br><br>Если учащиеся не догадываются сами, напоминает им про особенность представления информации в информатике. |

| | | |
|---|---|---|
| Двоичные логарифмы:<br>lb $a = \log_2 a$<br>(Почему обозначение lb?) | | |
| Предоставляет слово докладчику, которому было поручено подготовить сообщение об истории возникновения и о современном использовании логарифмов (приложение 3 – примерный текст выступления) | Один из учащихся делает небольшое сообщение. Остальные – слушают, задают уточняющие вопросы. | Если докладчик не может ответить на возникающие вопросы учащихся, учитель дает свои комментарии |
| Закрепляет новый материал посредством фронтального устного опроса (задания демонстрируются на слайде – приложение 4) | Учащиеся по очереди отвечают на вопросы: | В случае неверных ответов – выслушивается мнение другого учащегося с обязательной аргументацией ответа;<br>Если ученик испытывает трудности с объяснением – предлагаются вопросы, которые помогут дать правильный ответ. |
| Организует индивидуальную самостоятельную работу учащихся по закреплению пройденного материала (приложения 5) | Каждый самостоятельно выполняет задание. | Учитель проверяет правильность выполнения заданий. |

***4. Подведение итогов***

*Контрольные вопросы*

– Что называют логарифмом положительного числа $b$ по основанию $a$ ($a$>0, $a$≠1)?

– Существует ли логарифм нуля; логарифм отрицательного числа?

– Логарифм по какому основанию называют: а) натуральным; б) десятичным? Как обозначают эти логарифмы?

Выставление и комментирование оценок.

Домашнее задание (приложение 6) с указанием литературы по теме.

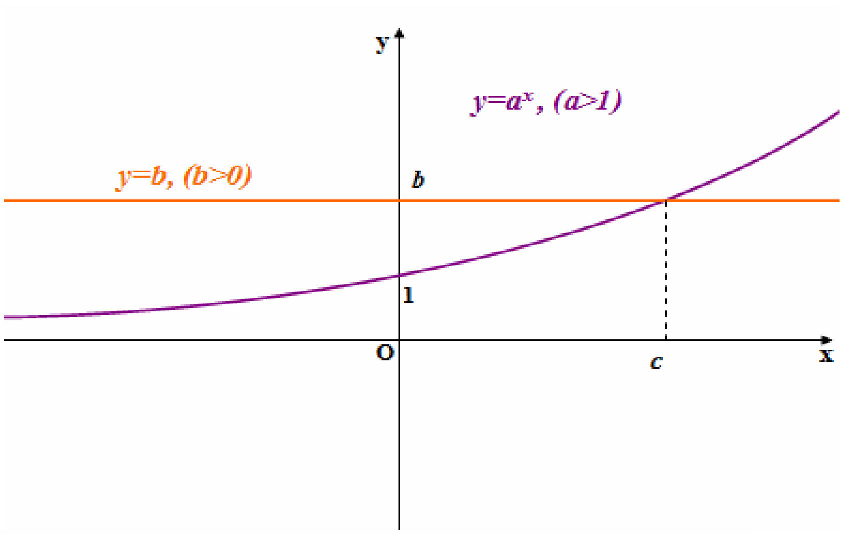
***Литература:***

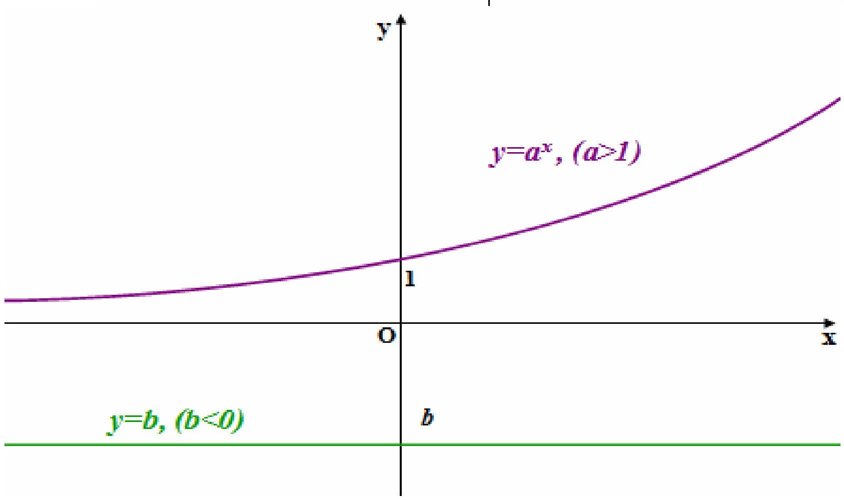
1. Алгебра: учебное пособие для 11-го кл. общеобразоват. учреждений с рус. яз. с 11-летним сроком обучения / Е.П. Кузнецова [и др.]; под ред. Л.Б. Шнепермана. – 2-е изд., перераб. – Минск: Нар. асвета, 2008. – 271 с.
2. Сборник задач по алгебре: учеб. пособие для 11 кл. учреждений общ. сред. образования с рус. яз. обучения / Е.П. Кузнецова [и др.]. – Минск: Нац. ин-т образования, 2011. – 240 с.
3. Математика: учебн. пособие для 11-го кл. общеобразоват. учреждений с рус. яз. обучения с 11-летним сроком обучения / Л.А. Латотин, Б.Д. Чеботаревский; пер. с бел. яз. И.П. Ефременко – Минск: Нар. асвета, 2008. – 462 с.
4. Просветов, Г. Степени, корни и логарифмы. Задачи и решения / Г. Просветов. – М.: Альфа-Пресс, 2010. – 72 с.
5. Логарифмическая функция и её приложения – Электронный ресурс. Режим доступа: http://www.uo-prohladny.narod.ru/metod/log_fun/log _fun.htm. Дата доступа: 20.09.2011

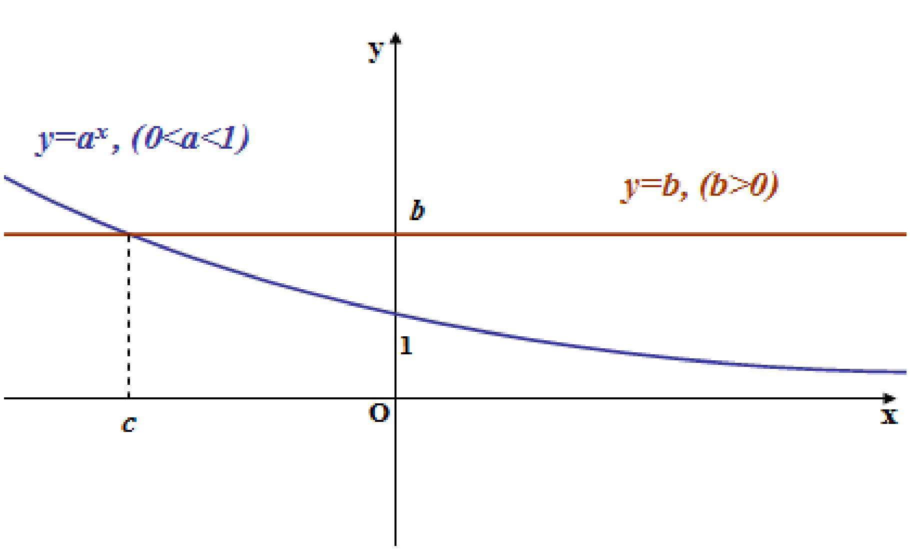
**Приложение 1**

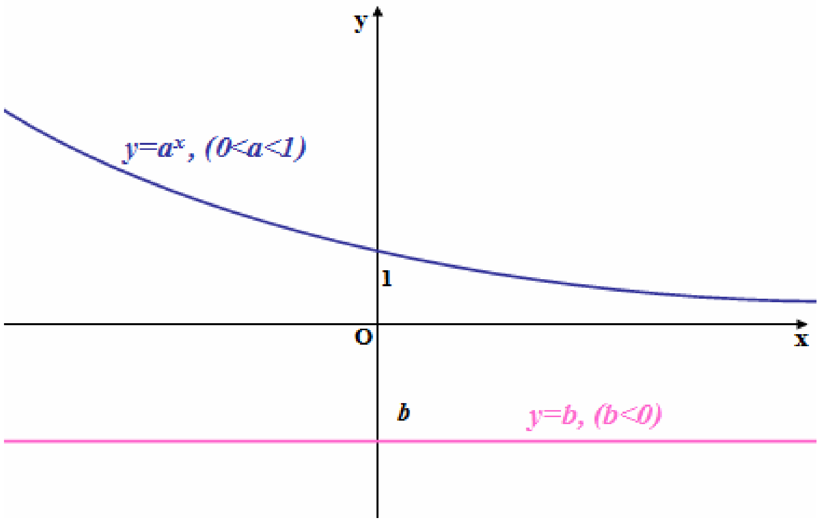
| Возведение в степень | Логарифмирование |
|---|---|
| $3^3 = 27$ | $\log_3 27 = 3$ |
| $(0,2)^{-3}=125$ | $\log_{0,2} 125 = -3$ |
| $\left(\frac{1}{10}\right)^5 = 0{,}00001$ | $\log_{\frac{1}{10}} 0{,}00001 = 5$ |
| $123456^0 = 1$ | $\log_{123456} 1 = 0$ |

**Приложение 2**


y
$y=a^x$, $(a>1)$
$y=b$, $(b>0)$
b
1
O
c
x


y
$y=a^x$, $(a>1)$
1
O
x
$y=b$, $(b<0)$
b


y
$y=a^x$, $(0<a<1)$
$y=b$, $(b>0)$
b
1
c
O
x




## Приложение 3

Логарифмы были введены шотландским математиком Джоном Непером (1550-1617) и математиком Иостом Бюрги (1552-1632). Бюрги пришел к логарифмам раньше, но опубликовал свои таблицы с опозданием (в 1620г.), а первой в 1614г. появилась работа Непера «Описание удивительной таблицы логарифмов».

Через десяток лет после появления логарифмов Непера английский ученый Гунтер изобрел очень популярный прежде счетный прибор – логарифмическую линейку. Она помогала астрономам и инженерам при вычислениях, она позволяла быстро получать ответ с достаточной точностью в три значащие цифры. Теперь ее вытеснили калькуляторы, но без логарифмической линейки не были бы построены ни первые компьютеры, ни микрокалькуляторы.

Близкое к современному понимание логарифмирования — как операции, обратной возведению в степень — впервые появилось у Валлиса и Иоганна Бернулли, а окончательно было узаконено Эйлером в XVIII веке. В книге «Введение в анализ бесконечных» (1748) Эйлер дал современные определения как показательной, так и логарифмической функций, привёл разложение их в степенные ряды, особо отметил роль натурального логарифма.

Применения логарифмов:

Физика — интенсивность звука (децибелы).

Астрономия — шкала яркости звёзд.

Химия — активность водородных ионов (pH).

Сейсмология — шкала Рихтера.

Теория музыки — нотная шкала, по отношению к частотам нотных звуков.

История — логарифмическая шкала времени.

В недалеком прошлом десятичным логарифмам отдавали предпочтение. Опираясь на особенности принятой десятичной системы счисления, составляли весьма подробные таблицы десятичных логарифмов, наносили их на шкалы специальных логарифмических линеек.

Еще недавно трудно было представить инженера без логарифмической линейки в кармане; изобретенная через десяток лет после появления логарифмов Непера английским математиком Гунтером, она позволяла быстро получать ответ с достаточной для инженера точностью в три значащие цифры. Теперь ее из инженерного обихода вытеснили микрокалькуляторы, но без логарифмической линейки не были бы построены ни первые компьютеры, ни калькуляторы.

Астрономы делят звезды по степени яркости на видимые и абсолютные звездные величины - звезды первой величины, второй, третьей и т. д. Последовательность видимых звездных величин, воспринимаемых глазом, представляет собой арифметическую прогрессию. Но физическая их яркость изменяется по иному закону: яркости звезд составляют геометрическую прогрессию со знаменателем 2,5. Легко понять, что «величина» звезды представляет собой логарифм ее физической яркости. Короче говоря, оценивая яркость звезд, астроном оперирует таблицей логарифмов, составленной при основании 2,5.

Аналогично оценивается и громкость шума. Вредное влияние промышленных шумов на здоровье рабочих и на производительность труда побудило выработать приемы точной числовой оценки громкости шума. Единицей громкости звука служит «бел», но практически используются единицы громкости, равные его десятой доле, - так называемые «децибелы». Последовательные степени громкости 1 бел, 2 бела и т.д. составляют арифметическую прогрессию... Физические же величины, характеризующие шумы (энергия, интенсивность звука и др.), составляют геометрическую прогрессию со знаменателем 10. Громкость, выраженная в белах, равна десятичному логарифму соответствующей физической величины.

Известный физик Эйхенвальд вспоминал: «Товарищ мой по гимназии любил играть на рояле, но не любил математики. Он даже говорил с оттенком пренебрежения, что музыка и математика друг с другом не имеют ничего общего. Представьте же себе, как неприятно был поражен мой товарищ, когда я доказал ему, что, играя по клавишам современного рояля, он играет, собственно говоря, на логарифмах...» И действительно, так называемые ступени 12-звуковой гаммы частот звуковых колебаний представляют собой логарифмы. Только основание этих логарифмов равно 2 (а не 10, как принято в других случаях).

Ощущения, воспринимаемые органами чувств человека, могут вызываться раздражениями, отличающимися друг от друга во много миллионов и даже миллиардов раз. Удары молота о скользкую плиту в сто раз громче, чем тихий шелест листьев, а яркость вольтовой дуги в триллионы раз превосходит яркость какой-нибудь слабо звезды, едва видимой на ночном небе. Но никакие физиологические процессы не позволяют дать такого диапазона ощущений. Опыты показали, что организм как бы “логарифмирует” полученные им раздражения, т.е. величина ощущения приблизительно пропорциональна десятичному логарифму величины раздражения.

## Приложение 4

Вычислите устно:

| | | |
|---|---|---|
| а) $\log_2 4$; | б) $\log_2 16$; | в) $\log_3 3$; |
| г) $\log_3 27$; | д) $\log_4 1$; | е) $\log_5 \frac{1}{5}$; |
| ж) $\log_{10} 100$; | з) $\log_5 5^3$; | и) $\log_7 7^5$. |

## Приложение 5

Найдите значение выражения:

1 группа заданий – «Основное логарифмическое тождество»

| | | |
|---|---|---|
| а) $2^{\log_2 3}$; | б) $3^{\log_3 5}$; | в) $7^{\log_7 9}$; |
| г) $2^{\log_2 3+\log_2 5}$; | д) $(3^{\log_3 7})^2$; | е) $(3^2)^{\log_3 7}$; |
| ж) $7^{2\log_7 3}$; | з) $10^{3\log_{10} 5}$; | и) $0{,}1^{2\log_{0,1} 10}$. |

2 группа заданий – «Натуральные логарифмы»

| | | |
|---|---|---|
| а) $\log_e e$; | б) $\log_e e^2$; | в) $\log_e \frac{1}{e}$; |
| г) $\ln e$; | д) $\ln e^3$; | е) $\ln \frac{1}{e}$; |
| ж) $\ln e^n$; | з) $\ln \sqrt{e}$; | и) $\ln \sqrt[3]{\frac{1}{e}}$. |

3 группа заданий – «Десятичные логарифмы»

а) $\log_{10}1000$; б) $\log_{10}10$; в) $\log_{10}0{,}001$;
г) $\lg 100$; д) $\lg 0{,}01$; е) $\lg 100$;
ж) $\lg 10^5$; з) $\lg \sqrt{100}$; и) $\lg \sqrt[5]{0{,}01}$

**Приложение 6**

Примерные материалы для домашней работы

№1. Вычислить

| | |
|---|---|
| а) $\log_2 2^3$; | б) $\log_5 5^7$; |
| г) $2^{\log_2 5}$; | д) $3^{\log_3 90}$; |
| ж) $e^{\ln 3}$; | з) $e^{2\ln 5}$; |
| к) $10^{\lg 3}$; | л) $10^{2\lg 3}$. |

№2. Решить уравнение

| | | | |
|---|---|---|---|
| а) $\log_5 x=2$; | б) $\log_3 x=-1$; | в) $\log_{\frac{1}{6}} x = -3$; | г) $\log_{\sqrt{3}} x = 0$; |
| д) $\log_x 81=4$; | е) $\log_x \frac{1}{16}=2$; | ж) $\log_x \frac{1}{4}=-2$; | з) $\log_x 27=3$. |

### «Свойства логарифмов»

***1. Сюжет***

*Представление ситуации для раскрытия темы.*

На прошлом уроке вы познакомились с новым понятием – логарифмом, который был введен для обозначения операции, обратной возведению в степень. Вы уже прекрасно умеете выполнять действия со степенями. Для выполнения тождественных преобразований степенных выражений вы используете свойства степеней. Сегодня же мы научимся так же уверенно работать и с логарифмами. А для этого нам понадобится более близко с ними познакомиться – узнать их основные свойства.

*Постановка целей и проблемных вопросов:*

*Цели нашего урока:*

*во-первых,* познакомиться со свойствами логарифмов;

*во-вторых,* научиться различать свойства логарифмов по их записи;

*в-третьих,* научиться применять свойства логарифмов при решении заданий.

*Цели предполагают решение следующих задач:*

*а) обучения:* вывести свойства логарифмов и рассмотреть примеры их применения при решении задач;

*б) развития:* развивать математическую терминологию; умения грамотно читать математические записи; способствовать развитию умений осуществлять самоконтроль, самооценку и самокоррекцию.

*в) воспитания:* прививать аккуратность и правильность записи математических символов и выражений, интерес к предмету, целеустремленность, настойчивость в достижении цели

*Проблемные вопросы:*

*а) на которые учащиеся могут ответить:*

а) $(3^2)^{\log_3 7} =$
б) $7^{2\log_7 3} =$
в) $10^{3\log_{10} 5}$
г) $0{,}1^{2\log_{0,1} 10}$

*б) ответы, на которые требуют введения нового материала:*

а) $\log_{15}3 + \log_{15}5 = \dots,$
б) $\log_{15}45 - \log_{15}3 = \dots,$
в) $\log_{4}8 = \dots,$
г) $7^{\log_{\sqrt{7}} 2} = \dots .$

***2. Ролевые взаимодействия между участниками образовательного процесса***

В процессе проведения урока можно работать индивидуально или группами.

*Роль учителя*: создание проблемных ситуаций для активизации мыслительной деятельности учащихся при изучении нового материала.

*Роль учащихся*:

а) активное разрешение проблемных ситуаций при изучении нового материала;

б) выполнение соответствующих практических заданий.

*Описание различных типов деятельности между участниками образовательного процесса:*

а) коммуникативная деятельность (между учащимися в группах, в парах, и между учителем и учащимися),

б) оценочная деятельность (самооценка, взаимооценка),

в) аналитическая деятельность.

### *3. Ситуации по реализации взаимодействия участниками образовательного процесса*

| **Деятельность учителя** | **Деятельность учащихся** | **Деятельность учителя в зависимости от деятельности учащихся** |
|---|---|---|
| Разбивает учащихся на 4 группы по вариантам и предлагает в течение 3 минут записать ответы на задания (приложение 1), которые заранее записаны на обратной стороне доски (или демонстрируются на слайде) | Самостоятельно записывают ответы, а затем сверяют по вариантам. | Учитель в зависимости от ответов учащихся корректирует их работу. |
| Предлагает учащимся найти значения выражений (см. проблемные вопросы, а). | Учащиеся комментируют решение (степень степени, основное логарифмическое тожество, определение степени), | В случае затруднения учитель вызывает одного из учащихся к доске и вместе с ним разбирают решения<br><br>1) $(3^2)^{\log_3 7} = (3^{\log_3 7})^2 = 7^2 = 49$<br>2) $7^{2\log_7 3} = (7^{\log_7 3})^2 = 3^2 = 9$ (…),<br>3) $10^{3\log_{10} 5} = (10^{\log_{10} 5})^3 = 5^3 = 125$ (…), |

| | | |
|---|---|---|
| | | 4) $0{,}1^{2\log_{0,1}10} = (0{,}1^{\log_{0,1}10})^2 = 10^2 = 100$ (…). |
| Вы замечательно справились с примерами. А теперь вычислите значения выражений, записанных на доске (или на слайде):<br><br>(см. проблемные вопросы, б).<br><br>А как вы думаете, что мы должны знать, чтобы выполнять действия с логарифмами? | Учащиеся пытаются предложить какие-то ответы, но, не зная свойств логарифмов, они заходят в тупик.<br><br>Учащиеся отвечают: «Свойства степени».<br><br>По аналогии заключают, что необходимо знать свойства логарифмов | Если у учащихся возникают затруднения, то задать вопрос: «Чтобы выполнять действия со степенями, что надо знать?»<br><br>Ещё раз задает первоначальный вопрос. |
| Перед вами таблица со свойствами логарифмов (приложение 2). Надо дать название каждому свойству и правильно сформулировать их. | Учащиеся записывают в тетради свойства логарифмов и поясняют:<br>– логарифм произведения равен сумме логарифмов множителей;<br>– логарифм дроби равен разности логарифмов числителя и знаменателя;<br>– логарифм степени равен показателю степени, умноженному на логарифм основания. | Учитель в зависимости от ответов учащихся корректирует их работу. |
| Демонстрирует образец доказательства, сообщив основную его идею.<br>Идея: свойства логарифмов выводятся из свойств степеней с помощью основного логарифмического тождества, выражающего определение логарифма. | Учащиеся записывают в тетради доказательство первого свойства. $\log_a bc = \log_a b + \log_a c$ | Дает комментарии: Обозначим $\log_a b = m, \quad \log_a c = n$<br>По основному логарифмическому тождеству имеем: $a^m = b, \quad a^n = c.$<br>Перемножим эти равенства: $a^{m+n} = bc$. По свойству степеней $a^{m+n} = bc$. По опре- |

| | | |
|---|---|---|
| | | делению логарифма $m+n=\log_a bc$, т.е. $\log_a bc=\log_a b+\log_a c$, что и требовалось доказать. |
| Предлагает учащимся вывести самостоятельно свойства 2) и 3). | Учащиеся по аналогии, используя основное логарифмическое тождество, выводят свойства логарифмов из свойств степеней (записывают в тетради).<br>Два ученика с обратной стороны доски записывают доказательства. | Предлагает учащимся сверить записи в тетрадях, с доказательства-ми, записанными на доске.<br>В случае некорректных записей, вносит изменения |
| Возвращает учащихся к проблемным вопросам (б). | Находят значения выражений, используя свойства логарифмов | Контролирует правильность выполнения заданий. |
| Показывает учащимся, как используются свойства логарифмов при решении задач.<br>Например, зная что $\log_7 4=m,$ $\log_7 5=n$<br>Выразить $\log_7 80$ через m и n.<br>Демонстрирует образец оформления и просит при решении заданий писать рядом или в скобках те свойства, которые используются. | Учащиеся, отвечая на вопросы, которые учитель задает по ходу решения, делают соответствующие записи в тетрадях<br>Отвечают:<br>«Это свойство $\log_a x\cdot y=\log_a x+\log_a y$»<br>Отвечают:<br>80 равно 20 умножить на 4. А 20 это 5 умножить на 4. | Учитель, решая у доски, комментирует: «Используя одно из свойств логарифмов, мы можем представить логарифм числа 80 по основанию 7 через логарифмы чисел 5 и 4 по основания 7. Как вы думаете, какое это свойство? Попытаемся разложить число 80 через произведение чисел 4 и 5. Как это сделать? |
| Предлагает учащимся самостоятельно выполнить задания из сборника такого типа [2, С.43, №5.33–5.35] | Один учащийся у доски выполняет задание и комментирует. Остальные работают в своих | Учитель проверяет правильность выполнения заданий.<br>В случае некор- |

| | | |
|---|---|---|
| | тетрадях. | ректных записей, вносит изменения |
| Закрепляет новый материал посредством фронтального устного опроса (задания записаны на доске или демонстрируются на слайде – приложение 3) | Учащиеся по очереди отвечают на вопросы: | В случае неверных ответов – выслушивается мнение другого учащегося с обязательной аргументацией ответа;<br>Если ученик испытывает трудности с объяснением – предлагаются вопросы, которые помогут дать правильный ответ. |
| Организует групповую самостоятельную работу учащихся по закреплению пройденного материала.<br>Задания из сборника [2, С.43, №5.33–5.35] | Учащиеся работают в парах (по партам), совместно решая задания. | Если возникают затруднения в применении свойств, в записи решения – оказывает необходимую консультацию |

***4. Подведение итогов***

*Контрольные вопросы*

- Какова область определения логарифма?
- Какие условия накладываются на основание логарифма?
- Напомните основное логарифмическое тождество?
- Как перейти к новому основанию логарифма?
- Закончите предложения:
  - логарифм от произведения равен…
  - логарифм от частного равен…
  - сумма логарифмов по одинаковому основанию равна…
  - разность логарифмов по одинаковому основанию равна…

В конце урока – проверочная работа (на 5 минут) с взаимопроверкой. По вариантам (1 вариант проверяет у второго и наоборот).

Задания из сборника: [2, С.42-43].

1 вариант: №5.24 (1), №5.27 (1),

2 вариант: №5.24 (2), №5.27 (2),

По желанию отметки выставляются в журнал

Домашнее задание: задания из сборника [2, С.40–41, №5.22, 5.25, 5.26, 5.36] с указанием литературы по теме.

***Литература:***

1. Алгебра: учебное пособие для 11-го кл. общеобразоват. учреждений с рус. яз. с 11-летним сроком обучения / Е.П. Кузнецова [и др.]; под ред. Л.Б. Шнепермана. – 2-е изд., перераб. – Минск: Нар. асвета, 2008. – 271 с.

2. Сборник задач по алгебре: учеб. пособие для 11 кл. учреждений общ. сред. образования с рус. яз. обучения / Е.П. Кузнецова [и др.]. – Минск: Нац. ин-т образования, 2011. – 240 с.

3. Математика: учебн. пособие для 11-го кл. общеобразоват. учреждений с рус. яз. обучения с 11-летним сроком обучения / Л.А. Латотин, Б.Д. Чеботаревский; пер. с бел. яз. И.П. Ефременко – Минск: Нар. асвета, 2008. – 462 с.

4. Просветов, Г. Степени, корни и логарифмы. Задачи и решения / Г. Просветов. – М.: Альфа-Пресс, 2010. – 72 с.

5. Башмаков и др. Задачи по математике. Алгебра и анализ. 1982 год. 190 стр.

6. Б.М. Колягин, В.А. Оганесян. Учись решать задачи. 1980 год. 98 стр.

7. Алексей Иванович Маркушевич. Площади и логарифмы. М.: Наука, 1979

**Приложение 1**

Примерные задания проверочной работы в 4 вариантах.

Вычислить.

| № 1 | № 2 | № 3 | № 4 |
|---|---|---|---|
| 1) $\log_{\frac{1}{4}} 16$ | 1) $\log_4 \frac{1}{16}$ | 1) $\log_{\frac{1}{3}} 27$ | 1) $\log_5 \frac{1}{25}$ |
| 2) $\log_3 \frac{1}{27}$ | 2) $\log_{\frac{1}{2}} 8$ | 2) $\log_8 \frac{1}{8}$ | 2) $\log_{\frac{1}{4}} 64$ |
| 3) $\log_2 \sqrt[3]{2}$ | 3) $\log_3 \sqrt{3}$ | 3) $\log_5 \sqrt[4]{5}$ | 3) $\log_6 \sqrt[3]{6}$ |
| 4) $\log_2 \sqrt{8}$ | 4) $\log_2 \sqrt[3]{4}$ | 4) $\log_3 \sqrt{27}$ | 4) $\log_5 \sqrt[3]{25}$ |
| 5) $0{,}2^{3\log_{0,2} 3}$ | 5) $5^{2\log_5 \frac{1}{4}}$ | 5) $3^{\frac{1}{2}\log_3 64}$ | 5) $0{,}7^{5\log_{0,7} 2}$ |

**Приложение 2**

| № | Название свойства | Свойства логарифмов |
|---|---|---|
| 1. | Логарифм произведения | $\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$, $a > 0$, $a \neq 1$, $x > 0$, $y>0$. |
| 2. | Логарифм частного | $\log_a \left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y$,<br>$a > 0$, $a \neq 1$, $x > 0$, $y > 0$. |
| 3. | Логарифм степени | $\log_a x^n = n \log_a x$,<br>$x > 0$, $a > 0$, $a \neq 1$, $n \in R$. |
| 4. | Формула перехода к новому основанию | $\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$ $a > 0$, $a \neq 1$, $b > 0$, $b \neq 1$, $x > 0$. |
| 5. | Логарифм единицы | $\log_a 1 = 0$, $a > 0$, $a \neq 1$. |
| 6. | Логарифм основания | $\log_a a = 1$, $a > 0$, $a \neq 1$. |

**Приложение 3**

Вычислите:

а) $\log_6 18 + \log_6 2$;

б) $\lg 8 + \lg 125$;

в) $\log_{\frac{1}{3}} 54 - \log_{\frac{1}{3}} 2$;

г) $\log_2 15 + \log_2 \frac{15}{16}$;

д) $\log_3 15 + \log_3 18 - \log_3 10$;

е) $\log_5 \sqrt{3} - \frac{1}{2}\log_5 12 + \log_5 50$