

Тэма: Лагарыфмічная функцыя ва ўраўненнях і няроўнасцях

Тып урока: урок абагульнення і сістэматызацыі ведаў.

Мэты урока:

- 1)сістэматызаваць, абагульніць веда і ўменні вучняў па прымяненню ўласцівасцей лагарыфмічнай функцыі пры рашэнні лагарыфмічных ураўненняў і няроўнасцей;
- 2)развіваць лагічнае мысленне, матэматычную мову вучняў, садзейнічаць развіццю творчай дзейнасці вучняў;
- 3)выхаванне пазнаваўчай актыўнасці, пачуцця адказнасці, упэўненнасці ў сабе, самастойнасці. Пабуджаць вучняў да самакантролю, узаемакантролю, самааналізу сваёй дзейнасці.

Абсталяванне: на сталах у вучняў картачкі з заданнямі, табліцы з ураўненнямі, ацэначныя лісты.

Работа вучняў складаецца з 5 этапаў. Вынікі сваёй дзейнасці запісваюцца ў ацэначных лістах. Самаацэнка за ўрок залежыць ад сумы (п) набраных балаў на ўсіх этапах.

Ацэначны ліст вучня

Урок	Этапы	Заданні	Колькасць балаў
I		Л/з	
	I	Кантрольныя	
	II	Размінка	
	III	Самастойная	
Выніковая колькасць балаў			
Адзнака			
	IV	Дадатковыя	

Крытэрыі адзнак за заданні:
Няма памылак - "8-10 "балаў,
1-2 памылкі - "6-7 "балаў,
3-4 памылкі - " 3 -5"балаў,
больш 4 памылак - "1-2"балы

Крытэрыі адзнак за ўрок:
"8-10 " - 32-36 балаў
"6-7 " - 24-31 бал
"3 -5" - 12-23 балы
"1-2" - менш 12 балаў

Ход урока

I. Арганізацыйны момант

Дарагія рабаты! Я спадзяюся, што сённяшні ўрок пройдзе цікава, з вялікай карысцю для ўсіх. Мы здзейсім узыходжанне на вяршыню "Піка ведаў" - "Лагарыфмічная функцыя ва ўраўненнях і няроўнасцях." Для гэтага вы павінны быць сабранымі, настойлівымі, мэтанакіраванымі, г.зн. умець прымяняць усе набытыя веды па лагарыфму.

Эпіграфам нашага ўрока будуць словы **"Старанне ўсё пераўзыходзіць"**

Вы ўсе атрымалі ацэначныя лісты, дзе за кожнае выкананае заданне патрэбна будзе паставіць сабе адзнаку:

Крытэрыі адзнак:

Няма памылак - "8-10" балаў,

1-2 памылкі - "6-7" балаў,

3-4 памылкі - "3-5" балаў,

болы 4 памылак - "1-2" балы

1) Праверка д/з (на дошцы загадзя запісаны рашэнні)

№ 529(в)

$$\begin{cases} \log_{\frac{1}{3}} x + \log_{\frac{1}{3}} y = 2, \\ \log_{\frac{1}{3}} x - \log_{\frac{1}{3}} y = 4; \end{cases}$$

Рашэнне.

I спосаб

$$\begin{cases} \log_{\frac{1}{3}} x + \log_{\frac{1}{3}} y = 2, \\ + \\ \log_{\frac{1}{3}} x - \log_{\frac{1}{3}} y = 4; \end{cases}$$

$$2\log_{1/3} x = 6;$$

$$\log_{1/3} x = 3;$$

$$\text{ВДЗ: } x, y > 0$$

$$x = (1/3)^3 = 1/27.$$

$$\log_{1/3} 1/27 + \log_{1/3} y = 2;$$

$$3 + \log_{1/3} y = 2;$$

$$\log_{1/3} y = -1;$$

$$y = 3.$$

$$(1/27; 3)$$

II спосаб

$$\begin{cases} \log_{\frac{1}{3}} (xy) = \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{9}, \\ \log_{\frac{1}{3}} \frac{x}{y} = \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{81}; \end{cases}$$

$$\text{ВДЗ: } x, y > 0$$

$$\begin{cases} xy = \frac{1}{9}, \\ \frac{x}{y} = \frac{1}{81}; \end{cases} \quad y = 81x.$$

$$\begin{aligned} x \cdot 81x &= 1/9; \\ 81x^2 &= 1/9; \\ x^2 &= 1/9 \cdot 1/81; \\ x^2 &= 1/729; \\ x_1 &= 1/27, \\ x_2 &= -1/27 - \text{пабочны корань.} \\ y &= 81 \cdot 1/27 = 3. \\ \text{Адказ: } &(1/27; 3). \end{aligned}$$

№ 527(Г)

$$\log_3^2 x - 9 \leq 0.$$

Рашэнне. Няхай $\log_3 x = t$, маем

$$\text{ВДЗ: } x > 0.$$

$$t^2 - 9 \leq 0;$$

$$-3 \leq t \leq 3;$$

$$(t-3)(t+3) \leq 0.$$

$$-3 \leq \log_3 x \leq 3;$$

$$1/27 \leq x \leq 27.$$

$$\begin{array}{c} + \quad \quad - \quad \quad + \\ \hline \quad -3 \quad \quad 3 \end{array}$$

Адказ: $[1/27; 27]$.

II. Першы этап узыходжання, веды тэарэтычнага матэрыялу (вуснае апытанне):

1) Даць азначэнне лагарыфма (Лагарыфмам ліку b на аснове a называюць паказчык ступені, у якую трэба ўзвесці аснову a , каб атрымаць лік b).

2) Азначэнне лагарыфмічнай функцыі (Функцыю, зададзеную формулай $y = \log_a x$ называюць лагарыфмічнай функцыяй з асновай a , $a > 0$, $a \neq 1$).

3) Уласцівасці лагарыфмічнай функцыі

а) Вобласць вызначэння: мноства усіх дадanych лікаў \mathbb{R}^+ , г.зн. прамежак $(0, +\infty)$.

б) Манатоннасць: калі $a > 1$, то функцыя ўзрастае, калі $0 < a < 1$ - убывае.

в) Вобласць значэнняў: мноства ўсіх сапраўдных лікаў \mathbb{R} .

г) Графікі лагарыфмічнай функцыі праходзяць праз пункт з каардынатамі $(1; 0)$.

д) Функцыя ўласцівасці цотнасці і няцотнасці не мае.

4) Азначэнне лагарыфмічнага ўраўнення: (Лагарыфмічным ураўненнем называюць ураўненне, якое змяшчае пераменную пад знакам лагарыфма або ў яго аснове $\log_a x = b$, $a > 0$, $a \neq 1$).

5) Асноўныя метады рашэння лагарыфмічнага ўраўнення:

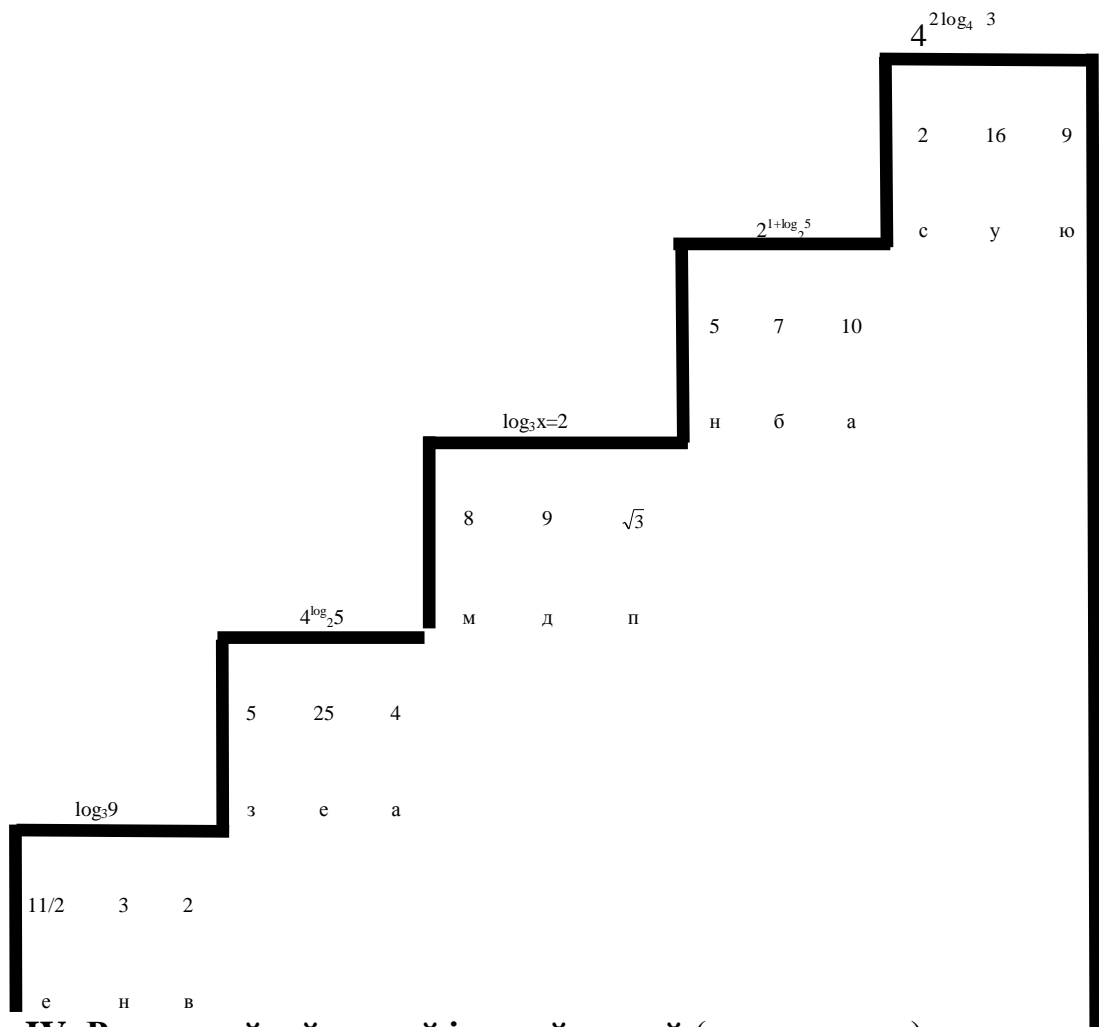
а) ураўненне віды $\log_a f(x) = \log_a g(x)$ раўназначнага ўраўненню $f(x) = g(x)$ пры дадатковых умовах $g(x) > 0$, $f(x) > 0$ або пры выкананні праверкі;

- б) метад увядзення новай пераменнай;
 в) калі ўраўненне змяшчае пераменную і ў аснове, і ў паказчыку ступені, выкарыстоўваецца метад лагарыфміравання.
- б) Што называецца лагарыфміраваннем? (Гэта пераўтварэнне, пры якім лагарыфм выразу з пераменнымі прыводзіцца да сумы або рознасці лагарыфмаў пераменных).
- 7) Пераўтварэнне, адваротнае лагарыфміраванню? (Патэнцыраванне).
- 8) Азначэнне лагарыфмічнай няроўнасці (Няроўнасць, у якой невядомае знаходзіцца пад знакам лагарыфма або ў яго аснове).
- 9) Метады рашэння няроўнасці:
 (Няроўнасць $\log_a f(x) > \log_a g(x)$ раўназначна сістэме $f(x) > g(x)$ пры $a \in (1; +\infty)$ і сістэме $0 < f(x) < g(x)$, пры $a \in (0; 1)$) Пры рашэнні патрэбна ўлічваць агульныя ўласцівасці няроўнасцей, уласцівасць манатоннасці лагарыфмічнай функцыі і вобасць яе вызначэння.

III. А цяпер невялікая размінка. На дошцы запісаны формулы. Вызначце, якія з іх запісаны правільна.

- A. 1) $a^{\log_a b} = b$;
 2) $\log_a a = a$; ($\log_a a = 1$)
 3) $\log_a xy = \log x \cdot \log y$; ($\log_a xy = \log_a x + \log_a y$)
 4) $\log_a 1 = 0$;
 5) $\log_a x/y = \log_a x - \log_a y$;
 6) $\log_a x^p = \log_a px$; ($\log_a x^p = p \cdot \log_a x$)
 7) $\log_a x = 1/\log_b x$; ($\log_a x = 1/\log_x a$)
 8) $\log_a b = \log_a^n b^n$.
 (1458)

- B. 1) Пад'ем па лесвіцы (лікі замяняюцца літарамі, атрымліваецца слова „ведаю“) Знайдзіце значэнні выказаў і лікі замяніце буквамі

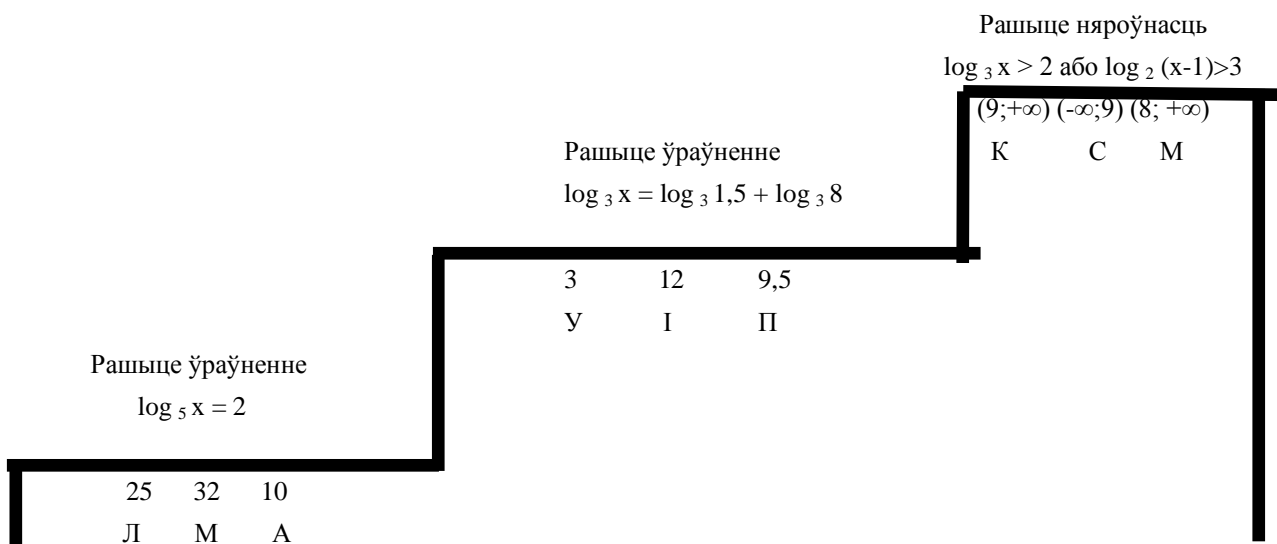


IV. Рашэнне ўраўненняў і няроўнасцей (па картачках)

Пры правільным рашэнні і выбары адказу, атрымаецца матэматычны тэрмін.

Рознаўзроўневыя заданні

Група (лік)



1)

Узор: Рашыце ўраўненне $\log_3 x = 3$

Рашэнне.

$x = 3^2$ (па азначэнню лагарыфма),

$x = 9$.

Адказ: $x = 9$.

Рашыце ўраўненне

$$\log_5 x = 2$$

Рашэнне.

ВДЗ: $x > 0$.

$$x = 5^2 = 25.$$

Адказ: 25.

2)

Узор: Рашыце ўраўненне

$$\log_6 x = \log_6 12 + \log_6 3$$

Рашэнне. ВДЗ: $x > 0$.

$\log_6 x = \log_6 (12 \cdot 3)$; (па ўласцівасці лагарыфма)

$$\log_6 x = \log_6 36, \quad x = 36.$$

Адказ: $x = 36$.

Рашыце ўраўненне $\log_3 x = \log_3 1,5 + \log_3 8$

Рашэнне. ВДЗ: $x > 0$.

$$\log_3 x = \log_3 (1,5 \cdot 8);$$

$$x = 12.$$

Адказ: 12.

3)

Узор: Рашыце няроўнасць $\log_2 x > 1$

Рашэнне. ВДЗ: $x > 0$.

$\log_2 x > \log_2 2$ (па ўласцівасці лагарыфма $\log_2 2 = 1$),

$a = 2 > 0$, значыць, $x > 2$.

Адказ: $(2; +\infty)$.

Рашыце няроўнасць

$$\log_3 x > 2$$

Рашэнне. $x > 2$,

$$\log_3 x > \log_3 9,$$

$$x > 9.$$

Адказ: $(9; +\infty)$.

або

$$\log_4(x-2) > 2$$

Рашэнне. ВДЗ: $x > 2$.

$$\log_4(x-2) > \log_4 16;$$

$$x-2 > 16;$$

$$x > 18.$$

Адказ: $(18; +\infty)$.

II група (куб)

Рашыце няроўнасць
 $\log_{1/2}(2x-5) < -2$

Рашыце ўраўненне
 $\log^2_2 x - \log_2 x = 2$

$(-\infty; 4)$ $(2,5; +\infty)$ $(4,5; +\infty)$
М С Б

Рашыце ўраўненне
 $\log_3(3x-5) = \log_3(x-3)$

4 $\frac{1}{2}$ 4 $\frac{1}{2}$
У О Е

3 \emptyset 1
Л К Н

1) Рашыце ўраўненне $\log_3(3x-5) = \log_3(3x-3)$

Рашэнне. $3x - 5 = x - 3$;

$$3x - x = -3 + 5;$$

$$2x = 2;$$

$$x = 1.$$

$$\begin{cases} 3x-5 > 0, \\ x-3 > 0; \end{cases} \quad \begin{cases} 3x-5 > 0, \\ x > 3; \end{cases} \quad \begin{cases} x > 1\frac{2}{3}, \\ x > 3; \end{cases} \quad x > 3.$$

Адказ: няма рашэння.

2) Рашыце ўраўненне

$$\log^2_3 x - \log_3 x = 2$$

Рашэнне. ВДЗ: $x > 0$.

$$\log_3 x = t;$$

$$t^2 - t - 2 = 0;$$

$$t_1 + t_2 = 1;$$

$$t_1 \cdot t_2 = -2;$$

$$t_1 = 2,$$

$$t_2 = -1.$$

Адказ: $9; 1/3$.

$$\log_3 x = 2;$$
$$x = 9.$$

$$\log_3 x = -1;$$
$$x = 1/3.$$

3) Рашыце няроўнасць

$$\log_{1/2}(2x-5) < -2$$

Рашэнне.

$$\log_{1/2}(2x - 5) < \log_{1/2} 4;$$

функцыя $y = \log_{1/2} x$ - убывае, значыць,

$$2x - 5 > 4;$$

$$2x > 9;$$

$$x > 4,5.$$

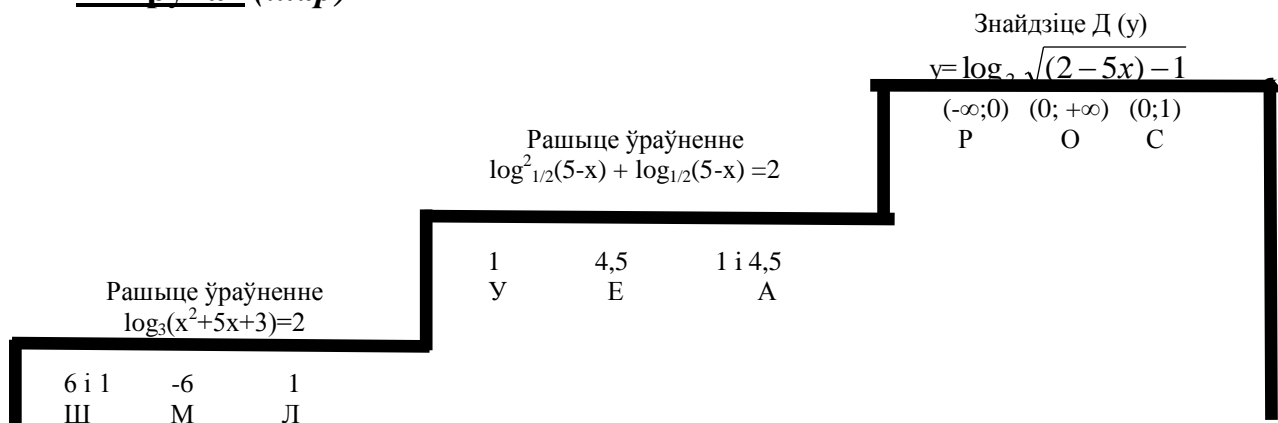
Адказ: $(4,5; +\infty)$.

$$\text{ВДЗ: } 2x - 5 > 0;$$

$$2x > 5;$$

$$x > 2,5.$$

III група (шар)



1) Рашыце ўраўненне

$$\log_3(x^2 + 5x + 3) = 2$$

Рашэнне. $\log_3(x^2 + 5x + 3) = \log_3 9;$

$$x^2 + 5x + 3 = 9;$$

$$x^2 + 5x - 6 = 0;$$

$$x_1 + x_2 = -5;$$

$$x_1 \cdot x_2 = -6;$$

$$x_1 = -6, x_2 = 1.$$

Адказ: -6; 1.

Праверка

$$\log_3(36 - 30 + 3) = 2;$$

$$\log_3 9 = 2;$$

$$2 = 2$$

$$\log_3(1 + 5 + 3) = 2;$$

$$\log_3 9 = 2;$$

$$2 = 2.$$

2) Рашыце ўраўненне

$$\log^2_{1/2}(5-x) + \log_{1/2}(5-x) = 2$$

Рашэнне.

$$\text{ВДЗ: } 5 - x > 0, x < 5.$$

$$\log_{1/2}(5-x) = t. \quad \log_{1/2}(5-x) = -2; \quad \log_{1/2}(5-1) = 1;$$

$$t^2 + t - 2 = 0; \quad 5 - x = 4; \quad 5 - x = 1/2;$$

$$t_1 = -2, \quad x = 1. \quad x = 4, 5.$$

$$t_2 = 1.$$

Адказ: 1; 4,5.

3) Знайдіть область визначення функції

$$y = \sqrt{\log_2(2-5x)-1}$$

Розв'язання. ВДЗ: $2 - 5x > 0$; $-5x > -2$; $x < 0,4$.

$$\log_2(2 - 5x) - 1 > 0;$$

$$\log_2(2 - 5x) > 1;$$

$$2 - 5x > 2;$$

$$-5x > 0;$$

$$x < 0.$$

Відповідь: $x < 0$.

Функція $y = \log_2 x$ - зростаюча

Перевірка виконання завдання і самооцінка вчуння.

А зараз зробім невялікі привалак. Паслухаем вчуня, яка падрыхтавала па ведамленне аб узнікненні лагарыфмаў.

Лагарифмы

На всем протяжении XVI века быстро возрастало количество приближенных вычислений, прежде всего в астрономии. Исследование планетных движений требовало колоссальных расчетов.

Астрономы просто могли утонуть в невыполнимых расчетах. Очевидные трудности возникали и в других областях, таких как финансовое и страховое дело. Основную трудность представляли умножение и деление многозначных чисел, особенно же тригонометрических величин.

Иногда для приведения умножения к более легкому сложению и вычитанию пользовались таблицами синусов и косинусов. Была также составлена таблица квадратов до 100 000, с помощью которой умножение можно было производить по определенному правилу.

Однако эти приемы не давали удовлетворительного решения вопроса. Его принесли с собой таблицы логарифмов.

«Открытие логарифмов опиралось на хорошо известные к концу XVI века свойства прогрессий, — пишут М.В. Чуриков и А.П. Юшкевич. — Связь между членами геометрической прогрессии и арифметической прогрессии не раз отмечалась математиками, о ней говорилось еще в «Псаммите» Архимеда. Другой предпосылкой было распространение понятия степени на отрицательные и дробные показатели, позволившее перенести только что упомянутую связь на общий случай»

Логарифмы изобрели независимо друг от друга Непером и Бюрги лет на десять позднее. Их цель была одна — желание дать новое удобное средство арифметических вычислений. Подход же оказался разный. Непер кинематически выразил логарифмическую функцию, что позволило ему по существу вступить в почти неизведанную область теории функций. Бюрги остался на почве

рассмотрения дискретных прогрессий. Надо заметить, что у обоих определение логарифма не походило на современное.

Первый изобретатель логарифмов — шотландский барон Джон Непер (1550—1617) получил образование на родине в Эдинбурге. Затем после путешествия по Германии, Франции и Испании, в возрасте двадцати одного года, он навсегда поселился в семейном поместье близ Эдинбурга. Непер занялся главным образом богословием и математикой, которую изучал по сочинениям Евклида, Архимеда, Региомонтана, Коперника.

«К открытию логарифмов, — отмечают Чириков и Юшкевич, — Непер пришел не позднее 1594 года, но лишь двадцать лет спустя опубликовал свое «Описание удивительной таблицы логарифмов» (1614), содержащее определение Неперовых логарифмов, их свойства и таблицы логарифмов синусов и косинусов от 0 до 90 градусов с интервалом в 1 минуту, а также разности этих логарифмов, дающие логарифмы тангенсов. Теоретические выводы и объяснения способа вычисления таблицы он изложил в другом труде, подготовленном, вероятно, до «Описания», но изданном посмертно, в «Построении удивительной таблицы логарифмов» (1619). Упомянем, что в обоих сочинениях Непер рассматривает и некоторые вопросы тригонометрии. Особенно известны удобные для логарифмирования «анalogии», т. е. пропорции Непера, применяемые при решении сферических треугольников по двум сторонам и углу между ними, а также по двум углам и прилежащей к ним стороне.

В основе определения логарифма у Непера лежит кинематическая идея, обобщающая на непрерывные величины связь между геометрической прогрессией и арифметической прогрессией показателей ее членов.

Теорию логарифмов Непер изложил в сочинении «Построение удивительных таблиц логарифмов», посмертно опубликованном в 1619 году и переизданном в 1620 году его сыном Робертом Непером

Вот выдержки из нее - «Таблица логарифмов — небольшая таблица, с помощью которой можно узнать посредством весьма легких вычислений все геометрические размеры и движения. Она по справедливости названа небольшой, ибо по объему превосходит таблицы синусов, весьма легкой, потому что с ее помощью избегают всех сложных умножений, делений и извлечений корня, и все вообще фигуры и движения измеряются посредством выполнения более легких сложения, вычитания и деления на два. Она составлена из чисел, следующих в непрерывной пропорции.

В 1620 году швейцарец Иост Бюрги (1552—1632) — высококвалифицированный механик и часовых дел — мастер опубликовал книгу «Таблицы арифметической и геометрической прогрессий, вместе с основательным наставлением, как их нужно понимать и с пользой применять во всяческих вычислениях» (1620)

Как писал сам Бюрги, он исходил из соображений о соответствии между умножением в геометрической прогрессии и сложением в арифметической.

Задача состояла в выборе прогрессии со знаменателем, достаточно близким к единице, с тем, чтобы ее члены следовали друг за другом с интервалами, достаточно малыми для практических вычислений.

Однако таблицы Бюрги не получили значительного распространения. Они не могли конкурировать с таблицами Непера, более удобными и к тому времени уже широко известными.

Ни у Непера, ни у Бюрги не было, строго говоря, основания логарифмов, поскольку логарифм единицы отличается от нуля. И значительно позднее, когда уже перешли к десятичным и натуральным логарифмам, еще не было сформулировано определение логарифма, как показателя степени данного основания.

Термин «логарифм» принадлежит Неперу, он возник из сочетания греческих слов «отношение» и «число», и означает «число отношения». Хотя первоначально Непер пользовался другим термином — «искусственные числа»

Таблицы Непера, приспособленные к тригонометрическим вычислениям, были неудобны для действий с данными числами. Чтобы устранить эти недостатки, Непер предложил составить таблицы логарифмов, приняв за логарифм единицы нуль, а за логарифм десяти просто единицу. Это предложение он сделал в ходе обсуждения с посетившим его в 1615 году профессором математики Грешем колледжа в Лондоне Генри Бригсом (1561 — 1631), который и сам задумывался, как усовершенствовать таблицы логарифмов. Заняться осуществлением своего плана Непер не мог из-за пошатнувшегося здоровья, но указал идею двух вычислительных приемов, развитых далее Бригсом.

Бриге опубликовал первые результаты своих кропотливых вычислений — «Первую тысячу логарифмов» (1617) в год смерти Непера. Здесь даны были десятичные логарифмы чисел от 1 до 1000 с четырнадцатью знаками. Большинство десятичных логарифмов простых чисел Бриге нашел с помощью извлечения квадратных корней. Позднее, уже став профессором в Оксфорде, он выпустил «Логарифмическую арифметику» (1624). В книге содержались четырнадцатизначные логарифмы чисел от 1 до 20 000 и от 90000 до 100 000.

Оставшийся пробел был восполнен голландским книготорговцем и любителем математики Андрианом Флакком (1600—1667). Несколько ранее семизначные десятичные таблицы логарифмов синусов и тангенсов вычислил коллега Бригса по Грешем колледжу, воспитанник Оксфордского университета Эдмунд Гунтер (1581—1626), опубликовавший их в «Своде треугольников» (1620).

Открытие Непера в первые же годы приобрело исключительно широкую известность. Составлением логарифмических таблиц и совершенствованием их занялись очень многие математики. Так, Кеплер в Марбурге в 1624—1625 годах применил логарифмы к построению новых таблиц

движений планет. В приложении ко второму изданию «Описания» Непера (1618) было вычислено и несколько натуральных логарифмов. Здесь можно усмотреть подход к введению предела. Вероятнее всего, это дополнение принадлежит В. Отреду. Вскоре лондонский учитель математики Джон Спейделл издал таблицы натуральных логарифмов чисел от 1 до 1000. Термин «натуральные логарифмы» ввели П. Менголи (1659), а несколько позднее — Н Меркатор (1668).

Практическое значение вычисленных таблиц было очень велико. Но открытие логарифмов имело также глубочайшее теоретическое значение. Оно вызвало к жизни исследования, о которых не могли и мечтать первые изобретатели, преследовавшие цель только облегчить и ускорить арифметические и тригонометрические выкладки с большими числами. Открытие Непера, в частности, открыло путь в область новых трансцендентных функций и сообщило мощные стимулы в развитии анализа.

ЛОГАРИФМ, число, применение которого позволяет упростить многие сложные операции арифметики. Использование в вычислениях вместо чисел их логарифмов позволяет заменить умножение более простой операцией сложения, деление - вычитанием, возведение в степень - умножением и извлечение корней - делением.

Логарифмическая функция. Было время, когда логарифмы рассматривались исключительно как средство вычислений, однако в 18 в., главным образом благодаря трудам Эйлера, сформировалась концепция логарифмической функции.

Логарифмическая функция возникает в связи с самыми разными природными формами. По логарифмическим спиральям выстраиваются цветки в соцветиях подсолнечника, закручиваются раковины моллюска *Nautilus*, рога горного барана и клювы попугаев. Все эти природные формы могут служить примерами кривой, известной под названием логарифмической спирали, потому что в полярной системе координат ее уравнение имеет вид $r = ae^{b\theta}$, или $\ln r = \ln a + b\theta$. Такую кривую описывает движущаяся точка, расстояние от полюса которой растет в геометрической прогрессии, а угол, описываемый ее радиусом-вектором - в арифметической. Повсеместность такой кривой, а следовательно и логарифмической функции, хорошо иллюстрируется тем, что она возникает в столь далеких и совершенно различных областях, как контур кулачка-эксцентрика и траектория некоторых насекомых, летящих на свет.

V. Рашэнне ўраўненняў і няроўнасцей (каля дошкі)

1) Рашыце няроўнасць

$$\log_{0,5} \frac{5x-3}{x+2} > 1$$

Рашэнне.

Выразім правую частку няроўнасці праз лагарыфм, атрымаем:

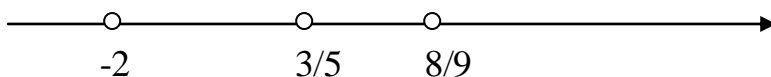
$$\log_{0,5} \frac{5x-3}{x+2} > \log_{0,5} 0,5;$$

Гэта няроўнасць раўнасільна сістэме

$$\begin{cases} \frac{5x-3}{x+2} > 0, \\ \frac{5x-3}{x+2} < 0,5; \end{cases}$$

Першая няроўнасць характэрызуе вобласць вызначэння лагарыфмічнай функцыі, в другое – яе ўбыванне пры аснове $0 < 0,5 < 1$. далей маем:

$$\begin{cases} \frac{5x-3}{x+2} > 0, \\ \frac{5x-3-0,5(x+2)}{x+2} < 0; \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{5x-3}{x+2} > 0, \\ \frac{4,5x-4}{x+2} < 0. \end{cases}$$



Адказ: $(3/5; 8/9)$.

2) Знайдзіце здабытак каранёў ўраўнення

$$1g^2(100x) - 7 - 1gx = 44$$

Рашэнне.

Пераўтворым $1g^2(100x)$: $1g^2(100x) = (1g(100x))^2 = (1g 100 + 1gx)^2 = 4 + 4 1g x + 1g^2 x$.

Падставім пераўтварэнне выразу ў дадзенае ўраўненне:

$$4 + 4 1g x + 1g^2 x - 7 1g x - 44 = 0;$$

$$1g^2 x - 3 1g x - 40 = 0;$$

Гэта ўраўненне з'яўляецца квадратным адносна $1g x$, таму ўводзім замену

$$y = 1g x.$$

У выніку атрымаем квадратнае ўраўненне

$$y^2 - 3y - 40 = 0;$$

$$D = 169 > 0;$$

$$y_1 = \frac{3+13}{2} = 8;$$

$$y_2 = \frac{3-13}{2} = -5.$$

Адваротная замена прыводзіць к двум прасцейшым лагарыфмічным ураўненням

а) $1gx = -5;$

$$x = 10^{-5} = 1/100000.$$

б) $1gx = 8;$

$$x = 10^8 = 100000000.$$

Праверка:

Вобласць дапушчальных значэнняў невядомага вызначаецца сістэмай няроўнасцей:

$$\begin{cases} 100x > 0, \\ x > 0; \end{cases} \quad x > 0.$$

Абодва карані належаць вобласці вызначэння ўраўнення.

Здабытак каранёў роўны

$$10^8 \cdot 1/10^5 = 10^3 = 1000$$

Адказ: 1000.

VI. Дамашняе заданне. Рознаўзроўненыя тэсты

VII. Рэфлексія

Мы сістэматызавалі, абагульнілі ўласцівасці лагарыфмічнай функцыі, прымянялі розныя метады пры рашэнні лагарыфмічных ураўненняў і няроўнасцей. Паказалі свае веды, уменні па тэме.

Урок я хочу закончыць словамі:

"Музыка может возвышать или умиротворять душу,

Живопись - радовать глаз,

Поэзия - пробуждать чувства,

Философия - удовлетворяет потребности разума,

Инженерное дело - совершенствовать материальную сторону жизни людей,

а математика способна достичь всех этих целей".

Так сказаў амерыканскі матэматык Морыс Клайн.

Дзякуй за працу на ўроку!

Рашэнне лагарыфмічных ураўненняў і няроўнасцей
Тэст
I узровень навучання

1. Якія з ураўненняў з'яўляюцца лагарыфмічнымі?

A) $x + \log_5 25 = 04$

Б) $\log_9 (\sqrt{x} - 2) = 27$

В) $\log_2 (x + 7) - \log_2 (x - 4) = 1$

Г) $1,5^x = 7,25$.

2. Знайдзіце x , калі вядома, што

$$\log_2 x = \log_2 5 + \log_2 6 - \log_2 3:$$

A) 90; Б) 8; В) 10; Г) 15/6.

3. Рашыце ўраўненне

$$\log_3 x = -1$$

A) 4; Б) -3; В) 1/3; Г) 3.

4. Знайдзіце лік x :

$$\log_x 27 = 3$$

A) 3; Б) 9; В) 81; Г) 1/3.

5. Рашыце няроўнасць

$$\log_2 x > 1$$

A) $(2; +\infty)$; Б) $(1; +\infty)$; В) $(-\infty; 2)$; Г) $(-\infty; 1)$.

6. Рашыце няроўнасць

$$\log_{1/2}(x-3) < -2$$

A) $(-\infty; 0)$; Б) $(-\infty; -7)$; В) $(7; +\infty)$; Г) $(-2; +\infty)$.

Рашэнне лагарыфмічных ураўненняў і няроўнасцей

Тэст 1

1. Якія з ураўненняў з'яўляюцца лагарыфмічнымі?

А) $x + \log_5 25 = 0$;

В) $\log_9 (\sqrt{x} - 2) = 27$;

Б) $\log_2 (x + 7) - \log_2 (x - 4) = 1$;

Г) $1,5^x = 7,25$.

2. Знайдзіце x , калі вядома, што

$$\log_2 x = \log_2 5 + \log_2 6 - \log_2 3:$$

А) 90; Б) 8; В) 10; Г) 15/6.

3. Адзначце карані ўраўнення

$$\log_5 (x^2 + 2x) = 1:$$

А) $\sqrt{26} - 1$; В) $-1 - \sqrt{24}$;

Б) $-1 - \sqrt{26}$; Г) -5.

4. Адзначце прамежкі, якія змяшчаюць хаця бы адзін корань ураўнення $\log_3^2 x - \log_3 x^2 = 4$:

А) (1; 60); Б) (0; 1); В) (60; $+\infty$); Г) ($-\infty$; 0).

5. Рашыце няроўнасць $\log_2(6-4x) \geq 1$.

Адказ: _____

6. Для якіх значэнняў x мае сэнс выраз $\log_3 \frac{5-x}{x-2}$?

А) $x \neq 2$; В) (2; 5);

Б) (2; 5]; Г) (5; $+\infty$).

7. Рашыце няроўнасць $\log_{0,5} (3x - 2) > -1$.

А) (0; 4/3); Б) (2/3; 4/3); В) (2/3; $+\infty$); Г) (4/3; $+\infty$)

Запоўніце табліцу:

Нумар задання	1	2	3	4	5	6	7
Правільны адказ							

Тэст 2

1. Знайдзіце x , калі вядома, што
 $\log_{10} x = \log_4 2 \cdot \log_6 4 \cdot \log_8 6 \cdot \log_{10} 8$.

Адказ: _____

2. Рашыце ўраўненне $\log_2 (x^2 + 4x + 1) + 1 = \log_2 (6x + 2)$

Адказ: _____

3. Знайдзіце карані ўраўнення $x^{\log_3 x} = 81$.

Адказ: _____

4. Рашыце няроўнасць $\frac{\lg^2 x - 3\lg x + 3}{\lg x - 1} > 1$

Адказ: _____

5. Адзначце мноства рашэнняў няроўнасці $\log_9 \frac{x^2 + 2}{x + 2} > \frac{1}{2}$

Адказ: _____

Запоўніце табліцу:

Нумар задання	1	2	3	4	5
Правільны адказ					