**Математика 11 класс**

**Задача 1:**  
  
В игре участвуют два игрока А и Б.  
Игрок А задаёт значение одного из коэффициентов *a, b* или c многочлена   
*x*3 *+ ax*2 *+ bx + c*.  
Игрок Б указывает значение любого из двух оставшихся коэффициентов.  
Затем игрок А задаёт значение последнего коэффициента.  
Существует ли стратегия игрока А такая, что как бы ни играл игрок Б, уравнение *x*3 + *ax2* + *bx* + *c* = 0 имеет три различных (действительных) решения?   
  
**Задача 2:**  
  
Пусть *f*(*x*) = (...((*x* – 2)2 – 2)2 – 2)2... – 2)2  
(здесь скобок ( ) – *n* штук). Найдите*f* (0)  
  
**Задача 3:**  
  
Числа *a* , *b* и *c* таковы , что *a*2 + *b*2 + *c*2 = 1.  
Докажите, что *a*4 + *b*4 + *c*4 + 2(*ab*2 + *bc*2 + *ca*2)2  1.  
При каких *a*, *b* и *c* неравенство превращается в равенство?  
  
**Задача 4:**  
  
Пусть прямая *L* перпендикулярна плоскости *P*.  
Три сферы попарно касаются друг друга так, что каждая сфера касается плоскости *P* и прямой *L.*  
Радиус большей сферы равен 1 . Найдите минимальный радиус наименьшей сферы.  
  
**Задача 5:**  
На валютной бирже острова Удача продают динары (D), гульдены (G), реалы (R) и талеры (T).  
Биржевые маклеры имеют право совершить сделку купли-продажи с любой парой валют  
не более одного раза за день.  
Курсы валют такие: D = 6G, D = 25R, D = 120 T, G = 4R, G = 21T, R = 5T.  
Например, запись D = 6G означает,что 1 динар можно купить за 6 гульденов  
(или 6 гульденов можно продать за 1 динар).  
Утром у маклера было 80 динаров, 100 гульденов, 100 реалов и 50400 талеров.  
Вечером у него было одинаковое число динаров и талеров.  
Каково максимальное значение этого числа?  
  
**Задача 6:**  
  
Известно, что *n*-вершинник содержит внутри себя многогранник M с центром симметрии в некоторой точке Q и сам содержится в многограннике, гомотетичном M, с центром гомотетии в точке Q и коэффициентом *k*.  
Найдите наименьшее значение *k*, если а) *n* = 4, b) *n* = 5  
  
**Задача 7:**  
Докажите, что существуют арифметические прогрессии произвольной длины, состоящие из различных попарно взаимно простых натуральных чисел.  
  
**Задача 8:**  
  
Докажите, что плоскость, делящая в одинаковом отношении площадь поверхности и объем описанного многогранника проходит через центр вписанной в этот многогранник сферы.