**МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ**

**по составлению и оцениванию тестовых работ**

**по учебному предмету «Математика»**

В процессе обучения учебному предмету «Математика» в учреждениях общего среднего образования используются разные формы, методы и средства контроля и оценки результатов учебной деятельности учащихся.

Одним из средств контроля является тестовая работа.

*Тестовая работа* – система подобранных проверочных заданий тестовой формы, позволяющая оценить учебные достижения в одной или нескольких областях знаний.

*Тестовая форма задания* − форма проверочного задания, состоящая из инструкции к заданию, текста задания и (или) невербальных материалов.

***Этапы разработки тестовой работы:***

1. Определение целей и вида тестовой работы;
2. Отбор элементов содержания образования (знаний и умений) для проверки тестовой работой;
3. Составление плана тестовой работы;
4. Разработка (подбор) тестовых заданий.

**Этап I. Определение целей и вида тестовой работы**

Вид тестовой работы определяется целями ее проведения, характером учебного материала, усвоение которого необходимо проверить, и возрастными особенностями учащихся.

В зависимости от цели тестовой работы и с учетом реальных возможностей образовательного процесса определяется число заданий тестовой работы.

При поурочном контроле рекомендуется составлять тестовую работу из 5 заданий, при тематическом контроле – из 10 заданий.

Рекомендуемое соотношение заданий открытого и закрытого типа в тестовой работе – 3:2.

**Этап II. Отбор элементов содержания образования для проверки**

Содержание тестовой работы должно соответствовать требованиям учебной программы по учебному предмету.

При отборе элементов содержания образования для проверки рекомендуется учитывать результаты усвоения содержания образования по учебному предмету, предусмотренные в учебных программах по математике.

Задания контрольной тестовой работы должны охватывать содержание всей проверяемой темы (раздела). Содержание тестовой работы, состоящей из 10 заданий, может включать задания алгебраического и геометрического компонентов, которые структурируются в логике, соответствующей учебной программе.

Количество заданий в тестовой работе не обязательно должно соответствовать количеству проверяемых элементов изученного учебного материала, т.к. многие из них связаны между собой и проверяются одним заданием (примеры 1-4).

Пример 1. Расположите числа $\sqrt[3]{2 }, \sqrt[5]{4 }, \sqrt[15]{25 }$в порядке возрастания:

1)$\sqrt[15]{25 }, \sqrt[5]{4 }, \sqrt[3]{2 }$; 2)$\sqrt[5]{4 }, \sqrt[15]{25 }, \sqrt[3]{2 }$; 3)$\sqrt[3]{2 }, \sqrt[5]{4 }, \sqrt[15]{25 }; $

4)$\sqrt[15]{25 }, \sqrt[3]{2 },\sqrt[5]{4 }$; 5)$ \sqrt[5]{4 }, \sqrt[3]{2 }, \sqrt[15]{25 }.$

|  |  |
| --- | --- |
| *Разделы учебной программы:** Корень *n-*ой степени и его свойства.
* Свойства и график функции

$y=\sqrt[n]{x } (n>1, n\in N)$*.* | *Проверяемые знания и умения:**знать:** определение корня *n-*ой степени;
* свойства корня $\sqrt[n]{x }=\sqrt[nk]{x^{k} }\left(n, k>1, n, k\in N\right);$

*уметь*:* применять свойство корня $\sqrt[n]{x }=\sqrt[nk]{x^{k} }$ для преобразования выражений;
* применять свойство монотонности функции $y=\sqrt[n]{x }$ для сравнения чисел.
 |

Пример 2. Найдите наименьшее целое решение неравенства

$$2^{\frac{x-4}{3}}-2^{\frac{7-x}{3}}-1>0.$$

|  |  |
| --- | --- |
| *Разделы учебной программы:** Показательная функция и ее свойства.
* Методы решения показательных неравенств (введение новой переменной)
 | *Проверяемые знания и умения:**знать:* * методы решения показательных неравенств;
* понятие целого числа;

*уметь*: * применять метод интервалов;
* применять свойства показательной функции для решения показательных неравенств;
* выполнять действия с целыми числами
 |

Пример 3. Прямоугольный параллелепипед с ребрами 8, 12 и 20 требуется сложить из равных кубов. Найдите наибольший возможный объем одного такого куба, если известно, что длина его ребра – целое число.

1)$ 8$; 2)$ 64$; 3)$ 1; $ 4)$128$; 5)$ 16.$

|  |  |
| --- | --- |
| *Разделы учебной программы:** Признаки делимости.
* Разложение числа на простые множители.
* Наибольший общий делитель.
* Прямоугольный параллелепипед.
* Куб, ребро куба.
* Объем куба. Свойства объема.
 | *Проверяемые знания и умения:**знать:** признаки делимости;
* определение наибольшего общего делителя$;$
* определение прямоугольного параллелепипеда;
* определение куба;
* свойства объема;

*уметь*:* раскладывать числа на простые множители;
* находить наибольший общий делитель нескольких натуральных чисел;
* находить объем куба.
 |

Пример 4.Основанием четырехугольной пирамиды является прямоугольник с диагональю $10\sqrt{3}$ и углом $60^{0}$ между диагоналями. Каждое боковое ребро образует с плоскостью основания угол $45^{0}$. Найдите объем пирамиды$.$

|  |  |
| --- | --- |
| *Разделы учебной программы:** Угол между прямой и плоскостью.
* Расстояние от точки до плоскости.
* Пирамида. Свойства пирамиды.
* Объем пирамиды.
 | *Проверяемые знания и умения:**знать:* * определение угла между прямой и плоскостью;
* определение расстояния от точки до плоскости;
* свойства пирамиды;

*уметь*: * применять алгоритм построения угла между прямой и плоскостью;
* применять свойства пирамиды при решении задач;
* находить объем пиармиды.
 |

**Этап III. Составление плана тестовой работы**

Разработку тестовой работы рекомендуется начать с составления плана тестовой работы. Разработка плана тестовой работы позволит избежать несбалансированности и диспропорции проверяемых тестовой работой знаний и умений.

План теста можно представить в форме таблицы, в которой каждое тестовое задание соотносится с проверяемыми элементами содержания учебного предмета и уровнем учебной деятельности; указывается форма и вид тестового задания. Здесь же можно указать количество баллов за каждое задание.

Примеры плана тестовой работы приведены в приложении 1.

**Этап  IV. Разработка тестовых заданий**

При составлении тестовых заданий следует учитывать следующее:

**1.** Тестовые задания по математике должны включать разные формы представления информации:

вербальную (задачи, основная информация в которых представлена посредством описания);

аналитическую (задачи, основная информация в которых представлена посредством математических символов);

графическую (задачи, основная информация в которых представлена посредством графиков, изображений фигур, диаграмм).

**2.** Тестовая работа должна включать разные типы и виды тестовых заданий:

*2.1. Тестовые задания закрытого типа*

- тестовые задания с выбором одного правильного ответа из предложенных вариантов;

Пример 5. Найдите сумму целых решений неравенства

 $2^{3x+4}-10∙4^{x}+2^{x}\leq 0$.

1. $-6 $; 2) 2; 3) 6; 4) $-2 $; 5) $-3$.

- тестовые задания с выбором нескольких правильных ответов из предложенных вариантов.

Пример 6. Укажите номера верных равенств.

1. $1,6∙\frac{3}{8}=0,6$;
2. $1:\frac{4}{7}=\frac{4}{7}$;
3. $0,3:\left(1-\frac{3}{4}\right)=0,25$;
4. $\frac{3}{5}+0,8=1,4$;
5. $0,375-0,037=0,005$.

1) 1, 3; 2) 1,4; 3) 2,4; 4) 3,5; 5) 4,3.

*2.2. Тестовые задания открытого типа*

- задания, в которых отсутствуют готовые варианты ответа, учащийся должен записать его самостоятельно. В инструкции к таким заданиям указывается, что ответ является целым числом.

Пример 7. В основании пирамиды лежит равносторонний треугольник. Одна из боковых граней представляет такой же треугольник, при этом она перпендикулярна плоскости основания. Найдите радиус описанного около пирамиды шара, если высота пирамиды равна $30\sqrt{5}$.

- тестовые задания на установление соответствия***.***

Одним из видов тестового задания открытого является задание на **установление правильного соответствия**. Этот вид тестовых заданий проверяет знание связей между элементами двух множеств. Задание предлагается в виде таблицы из двух столбцов: слева обычно приводятся элементы задающего множества, содержащие постановку проблемы: конструкции, системы, обобщающие понятия, определения (обычно обозначаются цифрами). Справа – элементы, подлежащие выбору: части, элементы, объекты, явления (обычно обозначаются буквами). *Этот вид тестового задания может быть, как открытого типа так и закрытого: учащийся либо сам устанавливает соответствие, либо выбирает один из предложенных ответов.*

Пример 8. Установить соответствие между уравнением и множеством его решений.

|  |  |
| --- | --- |
| 1) $\cos(x)=-1$ 2) $\sin(x)=0$ 3) $\cos(x)=1$4) $\cos(x)=0$5) $\sin(x)=1$ | А) $-\frac{π}{2}+2πn, n\in Z$ Б) $ π+2πn, n\in Z$ В) $\frac{π}{2}+πn, n\in Z$ Г) $πn, n\in Z$Д) $ 2πn, n\in Z$ Е) $\frac{π}{2}+2πn, n\in Z$ |

Ответ записывается в виде сочетания букв и/или цифр. Например: 1Б2Г3Д4В5Е.

**3.**При формулировании тестовых заданий необходимо стремиться к предельно четкой и однозначной формулировке. Содержание задания лучше формулировать в форме логического утверждения, в которой отсутствуют двусмысленные и неясные формулировки.

**4.** При составлении тестовых заданий с выбором ответа не должны предлагаться ответы очевидно неверные.

Неправильные, но правдоподобные ответы называются дистракторами. Число дистракторов должно быть таким, чтобы задание не стало громоздким и трудно читаемым. Но вместе с тем число дистракторов должно не допустить вероятности угадывания правильного ответа. Поэтому чаще всего в заданиях указывают 4 или 5 дистракторов. Как правило, в дистракторы закладывают характерные ошибки в расчетах или рассуждениях, чаще всего допускаемые учащимися.

**5**. Тестовое задание должно быть сформулировано так, чтобы не допустить двух исключающих друг друга ответов. Между ответами должны быть четкие различия, правильный ответ должен быть однозначным. Под номером 9 приведен пример некорректной формулировки задания.

Пример 9. *Четырехугольник, у которого все углы прямые, называется…*

1. квадрат; 2) трапеция; 3) прямоугольник; 4) ромб.

Некорректность формулировки данного тестового задания в том, что ответом в нем может быть, как квадрат, так и прямоугольник.

**6.** Содержание задания не должно включать слова, которые являются элементами инструкции, например: «укажите», «отметьте», «определите», «найдите» и т.д.

**7.** В содержании задания и ответах к нему желательно исключить слова, содержащие субъективную оценку: «большой», «главный», «часто», «редко», «всегда», «никогда», «правильный ответ отсутствует» и т.п.

**8.** Тестовая работа для другого варианта (для других вариантов) должна иметь схожее содержание и быть равнозначной по трудности.

Рекомендуется при составлении тестовых работ для нескольких вариантов заменить одно (или несколько) слов (символов, чисел) в базовом задании (пример 9).

Пример 9.

Вариант 1.

*ABCDA*1*B*1*C*1*D*1 – куб. Если длина пространственной ломаной *ABB*1*C*1*C* равна 12$\sqrt{2}$, то длина ребра куба равна: 1) 3; 2) $3\sqrt{2}$; 3)$ 2\sqrt{2}$; 4) $4\sqrt{2}$; 5) $4$.

Вариант.2.

*ABCDA*1*B*1*C*1*D*1 – куб. Если длина пространственной ломаной *DCBB*1 *A*1 равна 8$\sqrt{5}$, то длина ребра куба равна: 1) 4; 2) 4$\sqrt{5}$; 3) 8; 4) $2\sqrt{5}$; 5) $3\sqrt{5}$.

**9.** Последовательность заданий в тестовой работе определяется по принципу: от более простого к сложному.

***При составлении тестовых работ рекомендуется использовать открытый банк тестовых заданий по учебному предмету «Математика», размещенный на сайте РИКЗ (***[Математика » Республиканский Институт Контроля Знаний (rikc.by)](https://rikc.by/otkrytyj-bank-testovyh-materialov/658-matematika.html))***, учебные пособия по учебному предмету, а также тестовые задания из учебных изданий, список которых приведен ниже.***

**Оценка результатов выполнения тестовой работы.**

**1. Оценка тестовых заданий**

|  |  |
| --- | --- |
| Вид тестового задания | Количество баллов |
| Задание закрытого типа с выбором одного ответа из множества представленных | Верно выполнено – 1 баллНеверно выполнено – 0 баллов |
| Задание открытого типа с записью однозначного ответа | Верно выполнено – 3(4) балла\*Неверно выполнено – 0 баллов |
| Задание закрытого типа с множественным выбором ответов | Верно выполнено – 2 баллаЧастично верно выполнено – 1 баллНеверно выполнено – 0 баллов |
| Задание на установление соответствия | Верно выполнено – 2 баллаЧастично верно выполнено\***\*** – 1 баллНеверно выполнено\*\*\* – 0 баллов |

***Примечания***.

\*Количество баллов за задание определяется двумя показателями: сложностью математического материала, включенного в условие задачи; количеством последовательных действий, приводящих к решению.

\*\*Частично верно выполненным признается задание, в котором более половины соответствий установлено правильно;

\*\*\* Неверно выполненным признается задание, в котором более половины соответствий установлено неправильно.

**2. Выставление отметки за тестовую работу**

Полученные баллы за тестовую работу суммируются.

По формуле высчитывается объем выполнения задания: $К=\frac{Б∙100}{М}$ ,

где:

К – объем выполнения заданий;

Б – количество баллов, полученных учащимся за тестовую работу;

М – максимально возможное количество баллов.

Отметка за тестовую работу зависит от объема выполнения заданий:

|  |  |
| --- | --- |
| Объем выполнения заданий, % | отметка |
| 1 – 3% | 1 |
| 4 – 8% | 2 |
| 9 – 14% | 3 |
| 15 – 22% | 4 |
| 23 – 33% | 5 |
| 34 – 46% | 6 |
| 47 – 60% | 7 |
| 61 – 77% | 8 |
| 78 – 94% | 9 |
| 95 – 100% | 10 |

**Литература**

1. Аванесов, В.С. Композиция тестовых заданий: учебная книга для преподавателей вузов, учителей школ, аспирантов и студентов педвузов / В.С. Аванесов – М.: Адепт, 1998.

2. Анастази, А., Психологическое тестирование /А. Анастази, С. Урбина. – СПб.: Питер, 2007.

3. Андерсен, Пру, Морган Джордж. Разработка тестов и анкет для национальной оценки учебных достижений. / Пру Андерсен, Морган Джордж; пер.с англ. В.Н. Симкина; науч. ред. В.И. Звонников – М.: Логос, 2011.

4. Давыдова, О.В. Создание измерителей для оценки компетенций обучающихся. О.В. Давыдова // Вестник университета. – 2012. – №12.

**Подготовка к централизованному экзамену**

**по учебному предмету «Математика»**

*Пособия для учителей:*

*1. А.М. Лукашенок.* Математика. Тесты для тематического контроля. 5 класс. В 2 частях. (2018);

*2. А.М. Лукашенок.* Математика. Тесты для тематического контроля. 6 класс. В 2 частях. (2019);

3. *Г.С. Лаврентьева.* Геометрия. Тесты для тематического контроля. 7 класс. (2020);

*4. О.Е. Цыбулько.* Геометрия. Тесты для тематического контроля. 8 класс. (2020);

*5. О.Е. Цыбулько.* Геометрия. Тесты для тематического контроля. 9 класс. (2020).

*Пособия для учащихся:*

*1.И.Г. Арефьева, И.Ю. Семина, Т.В. Ячейко.* Повторяем математику. Тестовые задания для 10 класса (2018);

2. *И.Г. Арефьева.* Повторяем математику за курс средней школы. Тестовые задания для 11 класса (2021).

Приложение 1

Таблица 1. План тестовой работы по теме «Производная»

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| № задания | Уровни усвоения учебного материала | Проверяемые элементы содержания учебного предмета (знания, умения, компетенции) | Форма тестовых заданий | Баллы за задание |
| 1 | 1 | Знать определение производной | Тестовое задание, предполагающее выбор одного правильного ответа  | 0 , 1 |
| 2 | 2 | Знать правила нахождения производной | Тестовое задание, предполагающее выбор нескольких правильных ответов  | 0 , 1 |
| 3 | 3 | Устанавливать связь между знаками производной функции и ее возрастанием убыванием | Тестовое задание на установление соответствия | 0, 1, 2 |
| 4 | 4 | Геометрический смысл производной | Тестовое задание, в которых отсутствуют готовые варианты ответа | 0,3 |
| 5 | 5 | Решать задачи на нахождение наибольшего и наименьшего значений функции | Тестовое задание, в которых отсутствуют готовые варианты ответа | 0,4 |