Тема урока: «*Решение логарифмических уравнений и неравенств*».

Назначение: 11 класс.
Тип урока: комбинированный
Цели: – создать условия для отработки навыков решения логарифмических уравнений и неравенств;
- организовать деятельность, направленную на закрепление навыков применения свойств логарифмов и свойств логарифмической функции при решении логарифмических уравнений и неравенств;
– содействовать развитию логического мышления, речи, вычислительных навыков и навыков самостоятельной работы;
– способствовать воспитанию интереса к математике, расширению кругозора.

Оборудование: - заготовка газеты «Математический вестник»;
- таблички с названиями отделов;
- письма в редакцию;
- компьютер, мультимедийный проектор
- учебник для 11 класса «Алгебра 11»

Ход урока.

1. Организационный момент.
2. Проверка домашнего задания.
3. Фронтальный опрос.
4. Решение логарифмических уравнений.
5. Решение логарифмических неравенств.
6. Тестирование.
7. Историческая справка о возникновении логарифмов.
8. Подведение итогов занятия. Задание на дом.

Организационный момент

Учитель.
- Здравствуйте, садитесь!

Сегодня тема нашего занятия «Решение логарифмических уравнений и неравенств», на котором мы будем совершенствовать знания, умения и навыки по данной теме, используя свойства логарифмов, а так же свойства логарифмической функции.

А пройдет наше занятие в форме деловой игры «Один день работы редакции газеты «Математический вестник»». Я буду в роли главного редактора, а вы – члены редакции, корреспонденты.

Работу наша редакция начнет с проверки уровня вашей подготовки по данной теме, т.е. с проверки домашнего задания.

Проверка домашнего задания

№1

$$\log_{0,25}(1+x) < -1$$

$$\log_{\frac{1}{4}}(1+x) < -1$$

$$1+x > 4$$

$$x > 3$$

Ответ: (3;∞).

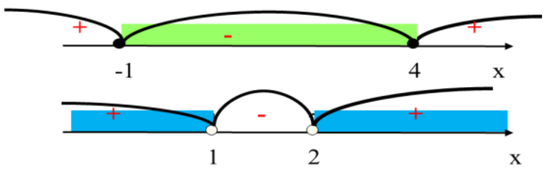
№2

$$\log_{\frac{1}{6}}(x^2-3x+2) \geq -1$$

$$\begin{cases} x^2-3x+2 \leq 6 \\ x^2-3x+2 > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2-3x-4 \leq 0 \\ x^2-3x+2 > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x-4)(x+1) \leq 0 \\ (x-1)(x-2) > 0 \end{cases}$$



Ответ : $[-1;1) \cup (2;4]$.

№3

Решить неравенство :

$$\log_{\frac{1}{3}}(x-2) < \log_{\frac{1}{3}}(4-x)$$

$$\begin{cases} x-2>0, \\ 4-x>0, \\ x-2>4-x; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x>2, \\ x<4, \\ x>3; \end{cases}$$

$$3<x<4$$

Ответ : (3;4).

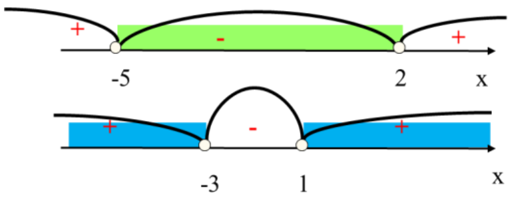
№4

$\log_2(x^2+2x-3) < \log_2(7-x)$

$$\begin{cases} x^2+2x-3 < 7-x \\ x^2+2x-3 > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2+3x-10 < 0 \\ x^2+2x-3 > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x-2)(x+5) < 0 \\ (x-1)(x+3) > 0 \end{cases}$$



Ответ: $(-5;-3)\cup(1;2)$.

№5

$(\log_5(2x-1))^2 - \log_5(2x-1) - 2 \le 0$

$2x-1>0,\ \ x>0{,}5$

Пусть $y = \log_5(2x-1)$

$$y^2 - y - 2 \le 0$$

$$(y-2)(y+1) \le 0$$

$$-1 \le y \le 2$$

$$\begin{cases} \log_5(2x-1) \le 2 \\ \log_5(2x-1) \ge -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x-1 \le 25 \\ 2x-1 \ge 0{,}2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \le 13 \\ x \ge 0{,}6 \end{cases}$$

Ответ: $[0{,}6;13]$.

Итак, вы имеете не плохую подготовку. Продолжим нашу работу.

В каждой редакции есть свои отделы, будут они и у нас.

Ваш стол будет представлять **отдел писем**, ваш – **информационный отдел**, а ваш – **аналитический.**

Работа в редакции требует быстрой реакции на события дня, поэтому постарайтесь быть активными.

Итогом нашей работы сегодня будет выпуск газеты «**Математический вестник**». Начнем работу, корреспонденция ждет вас.

Одна из рубрик нашей газеты «***Математический калейдоскоп***». На вопросы наших читателей отвечают все корреспонденты, а вот статью в газету готовит из отдела писем корреспондент … .

Фронтальный опрос

1.Вычислите:

а) $\log_{\sqrt{3}} 9$; б) $\log_{16} 2$; в) $\log_2 32$

2. Упростите:

а) $\log_3 8 + \log_3 2$;

б) $2\log_3 4 - \log_3 8$.

3.Известно, что $\log_2 3 = a$. Найдите: $\log_3 4$

4. Найдите область определения функций:

а) $y = \log_3 x$

б) $y = \log_{\frac{1}{3}} x$

в) $y = \log_2 (x-1)$

г) $y = \log_{\frac{1}{3}} (3-x)$

д) $y = \log_5 x^3$

5. Какой системе равносильно неравенство:

$$\log_2 x < \log_2 5$$

$$1.\begin{cases} x < 5, \\ 0 < x < 1 \end{cases} \quad 2.\begin{cases} x < 5, \\ x > 0; \end{cases} \quad 3.\begin{cases} x > 5, \\ x > 0; \end{cases}$$

6. Найдите ошибку.

log₈ (5x-10) < log₈(14-x),

5x-10 < 14-x,

6x < 24,

x < 4.

Ответ: x (-∞; 4).

Верное решение:

log8 (5x-10)< log8(14-x)

$$\begin{cases} 5x - 10 > 0, \\ 14 - x > 0, \\ 5x - 10 < 14 - x; \end{cases} \quad \begin{cases} x > 2, \\ x < 14, \\ x < 4; \end{cases}$$

$2 < x < 4$. Ответ: x (2;4).

Решение логарифмических уравнений.

Наша работа продолжается. Слово аналитическому отделу.

Читают письмо.

Я очень люблю разгадывать кроссворды. И вот, совсем недавно, натолкнулся на вопрос, требующий умения решать логарифмические задачи, а мы еще этого в школе не изучали. Помогите мне, пожалуйста. А задача такая: найти произведение корней уравнений $\frac{1}{2}\lg(x^2+2x) - \lg\sqrt{x+2} = 0$ *и* $4\lg^2 x - 2 = \lg x^2$.

Ученик школы № 2 Антон Л.

Как вы думаете, что нужно сделать для того, что бы помочь Антону?

Так как в задании нужно решить два уравнения, то к доске пойдут 2 человека, ну, а все остальные будут работать на местах.

Кто возьмется за решение уравнений?

$\frac{1}{2}\lg(x^2+2x)-\lg\sqrt{x+2}=0$; ООУ: $\begin{cases} x^2+2x>0; \\ x+2>0; \end{cases} \Rightarrow x\in(0;+\infty)$. $\frac{1}{2}\lg(x^2+2x)-\lg(x+2)^{\frac{1}{2}}=0$; $\frac{1}{2}\lg(x^2+2x)-\frac{1}{2}\lg(x+2)=0$; $\frac{1}{2}\lg(x^2+2x)=\frac{1}{2}\lg(x+2)$; $\lg(x^2+2x)=\lg(x+2)$; $x^2+2x=x+2$; $x^2+x-2=0$; D>0, значит, квадратное уравнение имеет два различных действительных корня $x_1=-2$; $x_2=1$. Согласуем полученное решение с ООУ: $1\in(0;+\infty)$; $-2\notin(0;+\infty)$.	$4\lg^2 x-2=\lg x^2$; ООУ: x>0; $x\in(0;+\infty)$. $4\lg^2 x-2-\lg x^2=0$; $4\lg^2 x-2-2\lg x=0$; $2\lg^2 x-1-\lg x=0$; Пусть lgx = t, тогда уравнение примет вид: $2t^2-t-1=0$; D = 1 + 8 = 9, D> 0, значит, квадратное уравнение имеет два различных действительных корня $t_1=1$, $t_2=-\frac{1}{2}$. Вернемся к переменной x. $\lg x=-\frac{1}{2}$; $\lg x=1$; $x=10^{-\frac{1}{2}}$. $x=10$. Согласуем полученное решение с ООУ: $10\in(0;+\infty)$, $10^{-\frac{1}{2}}\in(0;+\infty)$.
1 – корень данного уравнения.	$10^{-\frac{1}{2}}$ и 10 – корни данного уравнения.

Уравнения решены. Осталось найти произведение корней.

$1\cdot 10\cdot 10^{-\frac{1}{2}}=10^{\frac{1}{2}}=\sqrt{10}$.

Ответ: $\sqrt{10}$ - произведение корней данных уравнений

Готова еще одна заметка в газету.

Решение логарифмических неравенств

Продолжаем нашу работу. Еще есть письма? Прочитайте.

Помогите! Решала логарифмические неравенства, но эти неравенства не решаются как обычно. Просто не знаю, как их решить. Вот эти неравенства:

1) $\log_2(2-3x)>4x+1$,

2) $\log_{1/2}(2-x)>-x-1$.

Олеся Р.

Кто хочет помочь Олесе?

Первое неравенство решает ______, а второе – ______.

1. $\log_2(2-3x)>4x+1$

Решение.

Рассмотрим функции $y=\log_2(2-3x)$ – убывает, а $y=4x+1$- возрастает. Значит имеет точку пересечения. Найдем ее.

$y=\log_2(2-3x)$

x	0	$\frac{1}{3}$	-2
y	1	0	3

y=4x+1

X	0	$\frac{1}{2}$
y	1	3

Точка пересечения (0;1). Так как $\log_2(2-3x)>$4x+1, то x<0. Ответ: (-∞;0).

2. $\log_{1/2}(2-x) > -$x-1.

Решение.

Рассмотрим функции y=$\log_{1/2}(2-x)$ – возрастает, а y=-x-1- убывает. Значит имеет точку пересечения. Найдем ее.

y=$\log_{1/2}(2-x)$

x	1	0	-2
y	0	-1	-2

y=-x-1

X	0	-1
y	-1	0

3. Точка пересечения (0;-1). Так как $\log_{1/2}(2-x)>$-x-1, то x>0. Ответ: (0;∞).

У кого-нибудь есть вопросы по решению этого неравенства?
Продолжим работу.

Тестирование

Следующий этап нашей работы – ***корреспондентское расследование***. В жизни часто приходится сталкиваться с выбором, вот и вам нужно найти верное решение на поставленные задачи. **Тестирование** (Приложение 1).

Возьмите и подпишите заготовку для ответов, как ее заполнять вы, конечно же, знаете. Итак, приступайте к выполнению теста.

Аналитический отдел, соберите тексты тестов и результаты тестирования.
Проведите сортировку по вариантам и сдайте все редактору.

Историческая справка о возникновении логарифмов

Посмотрите, нет ли еще писем на ваших столах, требующих ответа. Есть? Прочитайте.

Пишет студентка 2 курса Мозырьского политехнического колледжа Наташа Л. «Что такое логарифм и как его вычислять – я знаю. Знаю свойства логарифмов и основное логарифмическое тождество, а вот история возникновения логарифмов мне неизвестна. Расскажите об этом в своей газете».

Ответить на это письмо нам поможет корреспондентка информационного отдела ___ . Историческая справка о возникновении логарифмов. (Приложение 2)

Поместите свою статью в газету.

Статью о логарифмической линейке в нашу газету подготовил корреспондент ____. Это интересно .

Поместите свою статью в газету в рубрику «А знаете ли вы, что…».

Подведение итогов занятия. Задание на дом.

Корреспондентское расследование показало следующие результаты.

С тестом справились на «10» ______ человек

На «8 » ______ человек

На «6» ______ человек

На «4 » ________ человек.

А это значит, что над решением логарифмических уравнений и неравенств нужно поработать еще. И впереди у вас новое задание – задание на дом.

Работа нашей «Редакции» завершена. В ходе работы мы не только решали логарифмические уравнения и неравенства, отвечали на вопросы, вспоминали свойства логарифмов, но и выпустили газету «Математический вестник», в которой отражены рубрики: «Это интересно», «Из истории», «Математический калейдоскоп», «Спрашивали - отвечаем», «Помоги другу», «Познай себя».

За работу на занятии получили оценки:

Спасибо вам за работу на уроке.

Приложение 1

Вариант 1

№ 1. Найдите значение выражения: $\log_9 15+\log_9 18-\log_9 10$

а) 0,5; б) 1,5; в) 4,5; г) 2/3.

№ 2. Вычислите: $10^{1-\lg 2}$

а) 5; б) 1/5; в) 0,5; г) 100.

№ 3. Решите уравнение: $2\lg(x-1)-\lg(1{,}5x+1)=0$

а) 3,5; б) -2,5; в) 0,5; г) 2/7.

№ 4. Решите неравенство: $\lg x+\lg(x-1)<\lg 6$

а) (-∞;1); б) [1;3] ; в) (3;+∞); г) (1;3).

№ 5. Решите уравнения $\log_7(4x-3)=2$ и $\log_3 x=0$ и найдите произведение их корней.

а) 12; б) 13; в) -13; г) 0.

Вариант 2

№ 1. Найдите значение выражения: $2\log_{1/3}6-1/2\log_{1/3}400+3\log_{1/3}\sqrt[3]{45}$

а) 4; б) 1/4; в) -4; г) 0,4 .

№ 2. Вычислите: $49^{\log_7 2-\frac{1}{2}}$

а) 3,5; б) 4/7; в) -3,5; г) -2/7.

№ 3. Решите уравнение: $\lg(2x^2+3x)-\lg(6x+2)=0$

а) -2; б) 0,2; в) 0,5; г) 2.

№ 4. Решите неравенство: $2\log_2 x<2+\log_2(x+3)$
а) $(6;+\infty)$; б) $(0; 6)$; в) $(-\infty; 0)$; г) $[0; 6]$.

№ 5. Решите уравнения $\lg(4x+5)-\lg(5x+2)=0$ и $\log_4(2x-3)=1$ и найдите произведение их корней:
а) 27; б) 10,5; в) 9,5; г) 12.

Вариант 3
№ 1. Найдите значение выражения: $1/2\log_7 36-\log_7 14-3\log_7 \sqrt[3]{21}$
а) 0,5; б) 0,4; в) 2; г) -2.

№ 2. Вычислите: $16^{-1-\log_4 5}$
а) 0,16; б) 25/16; в) 0,5; г) 16/25.

№ 3. Решите уравнение: $\log^2_2 x+\log_2 x^2= -1$
а) -2; б) 0,5; в) -0,5; г) 2.

№ 4. Решите неравенство: $\ln(x^2+3x-10)-\ln(x-2)\geq \ln 4$
а) $[2; +\infty)$; б) $(2;+\infty)$; в) $(-\infty;2)$; г) $[2;9)$.

№ 5. Решите уравнения $\lg(2x^2+3x)=\lg(6x+2)$ и $\log_7(x+3)=2$ и найдите произведение их корней:
а) - 46; б) 48; в) 46; г) 92.

Вариант 4

№ 1. Найдите значение выражения: $\frac{1}{2}\log_3 36+\log_3 2-\log_3 \sqrt{6}-\frac{1}{2}\log_3 8$
а) $\frac{1}{2}$; б) $-\frac{1}{2}$; в) 0,25; г) 5 .

№ 2. Вычислите: $25^{0,5\log_5 9-\log_5 6}$
а) -5; б) 25; в) -27; г) 27.

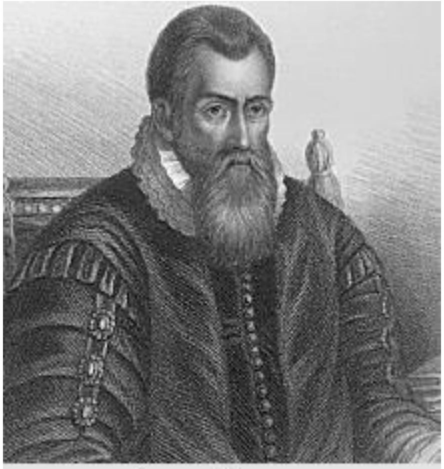
№ 3. Решите уравнение: $\lg(x^2+2x-7)-\lg(x-1)=0$
а) 0,5; б) 2; в) -2; г) 5.

№ 4. Решите неравенство: $\log_2 x+\log_2(x-3)> \log_2 4$
а) $(-\infty;4)$; б) $(0; 4)$; в) $(4; +\infty)$; г) $[2; 4]$.

№ 5. Решите уравнения $\log_5(3x+1)=2$ и $\lg(2-5x)=1$ и найдите произведение их корней:
а) 18; б) 12,8; в) -6,4; г) -12,8.

Приложение 2
Историческая справка о возникновении логарифмов.
Логарифмы возникли в 16 веке в связи с необходимостью проведения большого объема приближенных вычислений в ходе решения практических задач, и в первую очередь задач астрономии, (в частности, при определении положения судов по звездам и по Солнцу).Потребность в сложных расчётах в **XVI веке** быстро росла. Значительная часть трудностей была связана с умножением и делением многозначных чисел. В ходе **тригонометрических** расчётов, Неперу пришла в

голову идея: заменить трудоёмкое умножение на простое сложение, сопоставив с помощью специальных таблиц геометрическую и арифметическую прогрессии, при этом геометрическая будет исходной. Тогда и деление автоматически заменяется на неизмеримо более простое и надёжное вычитание, а извлечение корня степени n сводится к делению логарифма подкоренного выражения на n.В предисловии к книге «Рабдология» Непер писал: Я всегда старался, насколько позволяли мои силы и способности, освободить людей от трудности и скуки вычислений, докучливость которых обыкновенно отпугивает очень многих от изучения математики.



Джон Непер

Сам термин «ЛОГАРИФМ» предложил Дж. Непер; он возник из сочетания греческих слов logos (здесь — отношение) и arithmos (число),которое означало “число отношений”.

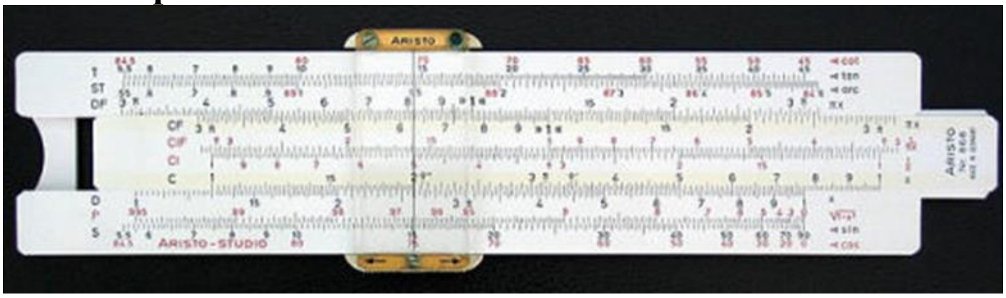
Логарифмы с основанием *ввел учитель математики Спейдел. Слово основание заимствовано из теории о степенях и перенесено в теорию логарифмов Эйлером. Глагол* ***“логарифмировать”*** *появился в 19 веке у Коппе. Коши первый предложил ввести различные знаки для десятичных и натуральных логарифмов. Обозначения, близкие к современным ввел немецкий математик Прингсхейм в 1893 году. Именно он обозначал* ***логарифм натурального числа*** *через ln. Определение логарифма как показателя степени данного основания можно найти у Валлиса (1665 год), Бернулли (1694 год).*

К сожалению, все значения таблицы Непера содержали вычислительную ошибку после шестого знака. Однако это не помешало новой методике вычислений получить широчайшую популярность, и составлением логарифмических таблиц занялись многие европейские математики, включая Кеплера.

В 1620-е годы Эдмунд Уингейт и Уильям Отред изобрели первую **логарифмическую линейку**, до появления карманных калькуляторов — незаменимый инструмент инженера.

Близкое к современному понимание **логарифмирования — как операции**, обратной возведению в степень — впервые появилось у Валлиса и Иоганна Бернулли, а окончательно было узаконено Эйлером в XVIII веке. В книге «Введение в анализ бесконечных» (1748) Эйлер дал современные определения как показательной, так и логарифмической функций, привёл разложение их в степенные ряды, особо отметил роль натурального логарифма.

Это интересно.



<u>Логарифмическая линейка</u> — это счетный прибор, применявшийся до появления калькуляторов и персональных компьютеров. Это было достаточно универсальное устройство, на котором можно было умножать, делить, возводить в квадрат и куб, вычислять квадратные и кубические корни, синусы, тангенсы и другие значения. Выполнялись эти математические операции с достаточно большой точностью — до 3–4 знаков после запятой.

В **1622** году **Уильям Отред** создает, пожалуй, один из самых успешных аналоговых вычислительных механизмов — логарифмическую линейку. Отред является одним из создателей современной математической символики.

В **1850** году девятнадцатилетний французский офицер **Амедей Маннхейм** создал прямоугольную логарифмическую линейку, ставшую прообразом современных линеек и обеспечивающую точность до трех десятичных знаков. Этот инструмент он описал в книге «Модифицированная вычислительная линейка», изданной в 1851 году. В течение 20-30 лет эта модель выпускалась только во Франции, а затем ее стали изготавливать в Англии, Германии и США. Вскоре линейка Маннхейма завоевала популярность во всем мире.

Логарифмическая линейка долгие годы оставалась самым массовым и доступным прибором индивидуального вычисления, несмотря на бурное развитие вычислительных машин. Естественно, она обладала небольшой точностью и скоростью решения по сравнению с вычислительными машинами, однако, на практике большинство исходных данных были не точные, а приближенные величины, определенные с той или иной степенью точности. А, как известно, результаты вычислений с приближенными числами будут всегда приближенные. Этот факт и высокая стоимость вычислительной техники позволили Логарифмической линейке просуществовать практически до конца 20 столетия.