**Контрольная работа №1**

**Метод математической индукции**

Индукция есть метод получения общего утверждения из частных наблюдений. В случае, когда математическое утверждение касается конечного числа объектов, его можно доказать, проверяя для каждого объекта. Например, утверждение: «Каждое двузначное чётное число является суммой двух простых чисел» – следует из серии равенств, которые вполне реально установить: 10=5+5; 2=5+7; 14=7+7; 16=5+11; 92=3+89; 94=5+89; 96=7+89; 98=19+79.

Математическая индукция – метод доказательства некоторого утверждения для любого натурального n основанный на принципе: «Если утверждение верно для n=1 и из справедливости его для n=k вытекает справедливость этого утверждения для n=k+1, то оно верно для всех n».

Способ доказательства методом математической индукции заключается в следующем:

1) доказывают или непосредственно проверяют справедливость утверждения для n=1;

2) предполагают справедливость утверждения для некоторого натурального n=k и, исходя из этого предположения, доказывают справедливость утверждения для n=k+1.

**Задача 1.** Найдите в последовательности 2, 6, 12, 20, 30, ... число, стоящее: а) на 8-м; б) на 2021-м месте. Ответ объясните.

### **Задача 2.** В классе каждый болтун дружит хотя бы с одним молчуном. При этом болтун молчит, если в кабинете находится нечетное число его друзей – молчунов. Докажите, что учитель может пригласить на факультатив не менее половины класса так, чтобы все болтуны молчали.

**Задача 3.** N человек не знакомы между собой. Нужно так познакомить друг с другом некоторых из них, чтобы ни у каких трёх людей не оказалось одинакового числа знакомых. Докажите, что это можно сделать при любом *N*.

**Задача 4.** В плоскости проведено n прямых, из которых никакие две не параллельны и никакие три не проходят через одну точку. На сколько частей разбивают плоскость эти прямые.

**Задача 5.** Докажите, что 5n−4n+15 делится на 16 при всех n∈N.

**Задача 6.** Докажите методом математической индукции: 42n−1+1 кратно 5 для всех n≥1.

**Задача 7.** Доказать равенство 12+22+...+n2= $\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$.

**Задача 8.**  Доказать неравенство:$\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+...+\frac{1}{2n}>\frac{13}{24} (n>1).$

**Задача 9.** Найдите сумму в общем виде 1⋅1!+2⋅2!+...+2021⋅2021!+2022⋅2022!

**Задача 10.** N разбойников делят добычу. У каждого из них свое мнение о ценности той или иной доли добычи, и каждый из них хочет получить не меньше, чем 1/N долю добычи (со своей точки зрения). Придумайте, как разделить добычу между разбойниками.