**Мастер – класс учителя математики Логиновой И.Н.по теме «Управление исследовательской деятельностью учащихся на уроках математики в 5-7 классе»**

**Занятие 1**

Содержание

1.Сравнение учебно-исследовательской и научно-исследовательской деятельности

2.Виды и этапы учебного исследования

3.Уроки – исследования, практические работы в 5-7классах

4.Исследовательские задания

5.Темы исследовательских работ учащихся.

6.Задачи с практическим содержанием.

 Главное изменение в обществе, влияющее на ситуацию в сфере образования, - ускорение темпов развития общества. В результате школа, должна готовить своих учеников к жизни, к переменам, развивать у них такие качества, как мобильность, динамизм, конструктивность.

Конечно, ни одна школьная программа не сможет предвидеть весь круг будущих задач, с которыми придѐтся столкнуться выпускнику. Кроме того, на материале школьного предмета, можно построить так называемые «познавательные» задачи, а для жизни нужно уметь решать задачи практического содержания.

Я уверена: каждому ребѐнку дарована от природы склонность к познанию и исследованию окружающего мира. Правильно поставленное обучение должно совершенствовать эту склонность, способствовать развитию соответствующих умений и навыков.

Современный работодатель заинтересован в таком работнике, который: умеет думать самостоятельно и решать разнообразные проблемы (т.е. применять полученные знания для их решения); обладает критическим и творческим мышлением; владеет богатым словарным запасом.

В этимологии слова «исследование» заключено указание на то, чтобы извлечь нечто «из следа», т.е. восстановить некоторый порядок вещей по косвенным признакам, случайным предметам. Следовательно, уже здесь заложено понятие о способности личности сопоставлять, анализировать факты и прогнозировать ситуацию, т.е. понятие об основных навыках, требуемых от исследователя.

 Часто в своей работе я следую пожеланию Пойа Д.: «Лучшее, что может сделать учитель для учащегося, состоит в том, чтобы путем неназойливой помощи подсказать ему блестящую идею… Хорошие идеи имеют своим источником прошлый опыт и ранее приобретенные знания… Часто оказывается уместным начать работу с вопроса: ―Известна ли вам какая-нибудь родственная задача?». По мнению А.Шацкого учебно-исследовательская деятельность учащихся, – это такая форма организации учебно-воспитательной работы, которая связана с решением учащимися творческой, исследовательской задачи с заранее неизвестным результатом (в различных областях науки, техники, искусства) и предполагающая наличие основных этапов, характерных для научного исследования: постановку проблемы, ознакомление с литературой по данной проблеме, овладение методикой исследования, сбор собственного материала, его анализ, обобщение и выводы.

|  |
| --- |
|  |
|  |
|  Учебное исследования рассматривается в педагогике как деятельность, направленная на создание качественно новых ценностей, важных для развития личности, на основе самостоятельного приобретения учащимися субъективно новых, значимых для них знаний. |

|  |
| --- |
|  |
|  |
| Цель учебного исследования не только конечный результат (знания), но и сам процесс, в ходе которого развиваются исследовательские способности учащихся за счёт приобретения ими новых знаний, умений и навыков, тренировки уже развитых, расширение кругозора, изменение своей мотивации и положения в молодёжном сообществе. |

|  |
| --- |
|  |
|  |
| Алгоритм учебного исследования.1. Видение проблемы.2.Постановка проблемы.3. Знакомство с литературой. 4.Прояснение неясных вопросов. 5.Формулирование гипотезы. 6.Планирование и разработка учебных действий.7.Сбор данных (накопление фактов, наблюдений, доказательств) Анализ и синтез собранных данных8. Сопоставление данных и умозаключений.9.Подготовка и написание реферата. 10.Выступление с подготовленным сообщением в виде тезисов Переосмысление результатов в хоте ответов на вопросы 11.Проверка гипотезы Построение обобщений Построение выводов и заключений |

|  |
| --- |
|  |
|  |
|  |

|  |
| --- |
|  |
|  |
| **Три уровня исследовательского обучения** 1 уровень. Самый простой, когда руководитель ставит проблему, сам намечает стратегию и тактику ее решения. Решение находит сам ребёнок. 2 уровень. Руководитель ставит проблему, но метод ее решения ребёнок ищет самостоятельно. Причём допускает коллективный поиск. 3 уровень. Высший. Все действия учащимся выполняются самостоятельно. Проблема, поиск методов, разработка решений выбирается исключительно учащимся. |

|  |
| --- |
|  |
|  |

Исследования некоторых ученых показывают, что можно научить всех творчески мыслить, особенно если эта работа начата в школе. Творчество – это, прежде всего умение, отказаться от стереотипов мышления, только в этом случае можно создать что-то новое. В этом отношении большие возможности имеются на уроках математики, в частности при решении нестандартных задач. Нестандартная задача в отличие от традиционной не может быть непосредственно (в той форме, в которой она предъявлена) решена по какому-либо алгоритму. Такие задачи не сковывают ученика жесткими рамками одного решения. Необходим поиск решения, что требует творческой работы мышления и способствующий его развитию.

Задача, которую вы решаете, может быть скромной, но если она бросает вызов вашей любознательности и заставляет вас быть изобретательными, то вы можете испытать ведущее к открытию напряжения ума и насладиться радостью победы.

Что нужно сделать для того, чтобы каждый урок способствовал формированию ключевых компетентностей, развитию личности ребенка? Как повысить их заинтересованность, не только в процессе обучения, но и в результатах обучения? Попытаюсь ответить на эти практические вопросы.

 1. Чтобы ученик начал «действовать», необходимы определенные мотивы, я на уроках математики создаю проблемные ситуации, где ученик проявляет умение комбинировать элементы для решения проблемы.

2. Развитию навыков самообразования теоретического мышления, межпредметных связей (математика и литература, математика и физика, математика и экономика), способствуют уроки – лекции. Формы лекций: вводная, установочная, обзорная, обобщающая.

Уроки – лекции требуют большой продуманной подготовки (какой материал представить самой, какой оставить учащимся для самостоятельного изучения, что разобрать подробно, на чем заострить внимание учащихся). Обязательным является ведение конспекта учащимися во время лекции.

Урок- лекция «Алгебраический и графический методы решения линейных уравнений, содержащих модули»( приложение 2).

3. Урок–семинар способствует развитию исследовательской, коммуникативной компетентности. Обсуждение одной информации с несколькими сменными партнерами увеличивает число ассоциативных связей, следовательно, обеспечивает более прочное усвоение.

4. Уроки–практикумы. Предлагаю каждому ученику набор задач (задачи беру из сборников для поступающих в вуз, из материалов экзаменов предыдущих лет), олимпиадные задачи (можно на класс ниже).

Если ученик в школе не научился сам ничего творить,
то и в жизни он всегда будет только подражать,
копировать, так как мало таких, которые,
научившись копировать, умели сделать
самостоятельное приложение этих сведений.
**Толстой Л.Н.**

 Уже в школе нужно привить ученику стремление к постоянному пополнению своих знаний с помощью самообразования, воспитать его внутренние побуждения расширять свой общий и специальный кругозор. Если выпускник школы будет работать в области науки, техники, культуры, ему тем более необходимы знания, помноженные на практические ориентиры.

Задача учителя - организовать процесс обучения таким образом, чтобы каждое усилие по овладению знаниями протекало в условиях развития познавательных способностей учащихся, формирования у них таких основных приемов умственной деятельности, как анализ, синтез, абстрагирование, обобщение, сравнение.

Стараюсь подбирать задачи так, чтобы они имели несколько способов решения. Учащиеся должны найти эти решения (то есть даются творческие минуты), такие мини-исследования я называю «исследования без подготовки». Приветствую и оцениваю каждую новую мысль. Бывает, что учащиеся с низкой мотивацией к учебной деятельности находят неожиданные решения.

Положительную роль в развитии математического мышления и творческой деятельности школьников играют **лабораторные работы**.

Пример лабораторной работы по теме «Длина окружности и площадь круга» (6класс).

Лабораторная работа, в процессе выполнения которой учащиеся “открывают” число  и выводят формулу длины окружности.

Учащимся предлагаю сделать и принести в класс круги различных диаметров, сделанных из картона, круглые предметы и нитки. На уроке предлагаю ученикам обвести один из кругов карандашом, затем эту окружность “опоясать” ниткой, а затем распрямить ее. Длина нитки будет примерно равна длине данной окружности. То же самое они проделывают с остальными кругами. Учащиеся сами делают вывод, что чем больше диаметр окружности, тем больше ее длина.

Затем для каждого случая предлагаю найти отношение длины окружности к длине ее диаметра. Это отношение одно и то же для всех кругов (вывод делают сами учащиеся). Далее предлагаю это отношение обозначить греческой буквой , длину окружности – буквой С, а длину диаметра – буквой d. Формулу длины окружности учащиеся формулируют самостоятельно.

Большие возможности для развития творческой деятельности учащихся предоставляют **практические работы учащихся**. В процессе их выполнения учащиеся совершенствуют свои знания, вырабатывают умения пользоваться им, обнаруживают связь математики с жизнью.

**Примеры практических работ:**

1) расчет количества краски и обоев для ремонта своей комнаты или школьного кабинета (5 класс по теме «Площадь прямоугольника») ;

2) расчет потребления электроэнергии в семье (6 класс «Умножение десятичных дробей»);

3) составление плана комнаты в масштабе для удобной расстановки мебели (6 класс по теме «Масштаб»);

4) конструирование из геометрических фигур фантастических зданий (5 класс).

5) Нарисуй картину на координатной плоскости (6 класс)

6) Хватит ли данного стекла на аквариум заданных размеров? (10 класс «Применение производной к исследованию функции»)

7) Почему тетра пакеты для молока и сока такой формы? (11 класс «Объем призмы»)

Небольшие творческие задания предлагаю на каникулы:

1. Придумайте свою задачу на заданную тему, оформите ее и решите. Классифицируйте задания по данной теме по уровню сложности и составьте примерную контрольную работу для товарищей (7-9 класс).

2. Напишите сказку, стихи, басню, сценку на математическую тему. Такое задание необычно для урока математики и поэтому вызывает интерес (5-7 класс).

 **Учитель–организатор,** дети работают самостоятельно. В исследовательской деятельности главной целью является получение объективно новых знаний. Меняются и критерии успешности обязательного процесса. Оцениваю не только знания, но и другие показатели:

– участие в дискуссиях;

– умение высказывать свою точку зрения;

– сбор материала из различных источников;

– активность при обсуждении вопросов;

– умение задавать вопросы;

– возможность выразить свое отношение к изучаемому материалу.

Конечно, такие уроки можно проводить раз в неделю, после изучения определенной темы и написания контрольной работы.

Считается, что исследовательский метод недоступен большинству учащихся и является уделом немногих. Такое суждение не верно. Речь идет об элементарных методах поисковой работы – никто не требует, чтобы ученики делали открытие, обогащающие науку. Речь идет о творческом труде. Нужно приучить детей думать, что-то самостоятельно выискивать, находить самому какие-то решения. Такой творческий подход необходим каждому труженику: и физику, и врачу, и учителю, и слесарю, и полеводу, и закройщику. И приучать к творчеству нужно с детства. Именно в школе закладывается фундамент творческих способностей человека.

Систематическое использование таких мини-проектов приведет в дальнейшем к серьезным исследовательским работам. В своей работе мне приходится выбирать такие задачи, которые позволяют учащимся подойти к еѐ решению с разных сторон, указать несколько еѐ решений. Выбирая такие задачи при подготовке к уроку, стараюсь поставить ту или иную проблему и организовать самостоятельную поисковую деятельность учащихся по еѐ решению. Одной из форм исследовательской деятельности являются исследовательские работы, которые мои ученики готовят по различным темам. Научно-исследовательская работа со школьниками ведется по 4 основным этапам:

**1-й этап:**вовлечение и определение способностей (5-7 классы); мини-исследования на уроке (без подготовки, по вопросам, доказать некоторое утверждение), обучение правилам оформления исследований, посещение занятий ШНОУ «Эрудит» приложение 1, работа в группах.

**2-й этап:**создание условий для развития способностей и углубления и укрепления знаний (8-9 классы), написание исследовательских работ или рефератов по теме (работа на 2-3 месяца), изучение ораторского искусства, методов представления своих результатов, посещение консультаций руководителя исследовательской работы,

**3-й этап:** (10-11 классы), выбор темы или гипотезы, проведение самостоятельного исследования, определение значимости результатов для практического применения и представление работы на различных конференциях

**4.Примеры прохождения этапов исследовательской деятельности**

Примеры прохождения этапов исследовательской деятельности некоторых учащихся (исследовательские работы и дипломы в приложении)

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Василевский ЕвгенийСредний балл учебной деятельности9,1- 9,7 | 5 класс2006-2007«Пять способов решения одной задачи» - творческая работа (поощрительный приз в школе и призовое 3 место на олимпиаде по математике)2009-2010«Можно ли прожить на проценты?»Исследование вкладов в банках по реальной информации Диплом 2 степени на городской научно-практической конференции | 6 класс2007-2008«Простые и сложные проценты»Решение задач табличным способом и составление алгоритмов2010-2011«Спирали в природе и экономике»Исследование кризисов в экономикеДиплом 2 степени на городской практической конференции | 7 класс2008-2009«Теория вероятности выигрыша»Исследование игр, изучение теории.(реферат и презентация)2011-2012«Нестандартные методы решения уравнений на цт»2013 поступление на факультет «внешнеэкономические связи» Бгу |
|  | 2010 году участие в областной научно практической конференции «Эврика» диплом 2 степени, участие в работе группы по подготовке к республиканской конференции | Работа «Исследование вкладов» напечатана в сборнике исследовательских работ вгу им. Машерова |
| КоваленкоАртем | 2010 год диплом 2 степени в городской научно- практической конференции | 12 международная научно-практическая конференция студентов «Приоритетные модели развития экономики и государства в современном мире» диплом |

Анализируя проведенную работу, могу сделать вывод, что исследовательская деятельность повлияла на выбор профессии, помогла преодолеть сложности в общении со сверстниками, развила навыки выступления перед аудиторией.

**5.Основными формами проведения научно-исследовательской работы являются:**

1. Участие в ШНОУ «Эрудит» (приложение1)

2. Школьная научно-практическая конференция «День науки» (приложение фотографий)

3. Городская научно–практическая конференция «С наукой в будущее»

4. Областная дистанционная конференция «Я познаю мир»

5. Областная конференция «Эврика»

6. Республиканская летняя научно-исследовательская школа учащихся и учителей;

7. Турнир юных математиков;

8. Научно-исследовательские конференции и семинары.

**6.Применение исследовательского метода на уроках.**

1.Решение нестандартных задач

 2х2 + 11х = -5 х6 + 100х4 + х2 + + 1 = 0. Не надо знать ничего вне школьной программы, надо только понимать, что значит «решить уравнение». Не пугаться вида уравнения («мы этого не проходили»). Установка: «Не знаем алгоритма — не беда, подумаем».

2.Конструирование

 Пример.

 Придумайте уравнение с целыми коэффициентами, имеющее корень:

 а) 1; б) √2; в) 1 + √2; г) √2+ √3

Пример.

 Придумайте: а) неравенство второй степени, решением которого является одно число; б) неравенство четвертой степени, решением которого являются два числа.

3. Умение задавать вопросы х2 + bх + 4 = 0.

Придумайте вопрос к этому уравнению. При каких b уравнение имеет два корня? При каких b корни целые? При каких b есть корень, равный —1?

 4.Экспериментирование .

1 + 3 + ... + (2п - 1), I3 + 23 + ... + п3-(-1 - (-1 - (-1 - (-1 -...)))), где 2007 или 2008 пар скобок

5. Выдвижение гипотез .

Пример. Фигура — дельтоид, то есть четырехугольник ABCD, у которого АВ = ВС, CD = DA. Найти его свойства и признаки по аналогии с параллелограммом и другими изученными фигурами.

3-й этап. Анализ данных

«В трапеции ABCD известны основания ВС = a, AD = b высота ВН = h. Диагонали пересекаются в точке К ». Какие из следующих величин можно найти, исходя из этих данных ? а) Сторону АВ. б) Отрезок, соединяющий середины диагоналей трапеции. в)Диагональ АС. г)Площадь треугольника AKD.

4-й этап. Работа с данными.

Что нужно задать, чтобы найти некоторую величину? «Задайте минимальное количество точек координатной плоскости, лежащих на параболе, чтобы можно было найти квадратную функцию, графиком которой эта парабола является» .«Дано кубическое уравнение х3 + ах2 + bх + с = 0. Какие коэффициенты нужно знать, чтобы найти сумму квадратов корней уравнения?»

5-й этап. Создание учеником задачи с использованием уже разобранной задачи.

Коля доказал, что в прямоугольнике биссектрисы противоположных углов параллельны друг другу; значит, четыре биссектрисы образуют параллелограмм. Верно ли его утверждение? Насколько оно интересно? Можете ли вы его дополнить?

 Формы работы

 Ведение диалога.

Решение открытых задач.

Решение олимпиадных задач.

 4.Фронтальное обсуждение «минипроекта»

**7. Результативность .**

Результативность использования исследовательских методов решения задач на уроках математики оценивалась согласно критериям результативности моей педагогической деятельности, исходя из ее задач:

1) уровень обученности (успеваемость и качество знаний учащихся);

2) результативность итоговой аттестации школьников 9 и 11 классов;

3) сформированность показателей учебной деятельности: продуктивность, компетентность, успешность;

4) уровень исследовательской компетентности школьников;

5) уровень самореализации школьников.

**9.Практическое значение**

1.Осуществлять подготовку проектной деятельности в существующих образовательных условиях;

2.Учитывать и развивать познавательные интересы учащихся;

3.Ориентировать познавательную деятельность школьников на получение объективно новых знаний и формирование компетенций;

4.Создавать образовательные условия, при которых учащиеся включаются в исследовательскую деятельность.

|  |
| --- |
|  |
|  |

**Приложение1**

**Исследовательская деятельность учащихся является результативным способом достижения одной из важнейших целей образования: научить детей самостоятельно мыслить, ставить и решать проблемы, привлекая знания из разных областей; уметь прогнозировать вариативность результатов.**

**Сейчас в РБ сложилась и успешно действует практика научно-практических конференций, на которых юные исследователи выступают с сообщениями об исследованиях, выполненных самостоятельно или под руководством школьных учителей, преподавателей вузов, научных сотрудников институтов. Подобные мероприятия не замыкаются в рамках страны, а выходят международный уровень.**

**Научно-исследовательская работа со школьниками ведется по 4 основным этапам:**

1-й этап: вовлечение и определение склонностей (5-9 классы);

2-й этап: создание условий для развития способностей и углубления и укрепления знаний (5-11 классы - 1-2 курсы);

3-й этап: переход: школа-вуз и дополнительное образование на младших курсах (10-11 классы - 1-2 курс);

4-й этап: завершение образования и получение высшей квалификации (3-5 курсы, аспирантура, последипломное образование (переподготовка, повышение квалификации).

Основные принципы научно-исследовательской работы в РБ:

Круглогодичность (цикличность);

Непрерывность;

Дополнительность (сочетание общего образования с различными формами дополнительного обучения);

Пролонгированность (продолжение дополнительного обучения и сохранение основных принципов его после школы на младших курсах вуза и далее, вплоть до обучения в аспирантуре.

**Приложение 2** Сравнение учебно-исследовательской и научно-исследовательской деятельности учащихся (по Н.И.Запрудскому)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Учебно-исследовательская деятельность | Признаки для сравнения | Научно-исследовательская деятельность |
| Предполагает открытие, как правило, лишь субъективно новых знаний | Новизна темы исследования | Предполагает открытие новых знаний |
| Как правило, субъективны | Особенность решаемых проблем | Преимущественно объективны |
| Получение субъективно нового знания | Характер цели | Получение объективно нового знания |
| Преимущественно эмпирические (наблюдение и опыт), а также работа с научной и учебной литературой | Методы разрешения проблемы | Эмпирические (наблюдение, эксперимент), теоретические (анализ, моделирование, проектирование, обобщение и др.). |
| Учащийся может сам выполнить все этапы исследования от выявления проблемы до интерпретации результатов. На каждом из этапов ему может быть оказана помощь | Степень самостоятель -ности | Как правило, самостоятельная деятельность. |
| Как правило, субъективны | Полученные результаты | Объективны, доказательны |
| Реферативная работа, статья, тезисы, выступление на ученической конференции | Формы представления результатов | Диссертация, статья, доклад, тезисы, выступление |
| Происходит развитие личности | Личная значимость исследователь -ской деятельности | Происходит развитие личности |
| Иногда способствует развитию науки | Научное значение | Способствует развитию науки |

Особенность исследования в сфере образования состоит в том, что оно является учебным. Учебное исследование направлено на развитие личности учащегося, а не на получение объективно нового результата.

Если в науке приоритетом, как правило, является производство новых знаний, то цель организации исследовательской деятельности школьников – формирование у них навыков исследования как универсального способа освоения действительности, активизация личностной позиции ученика в образовательном процессе на основе приобретения им субъективно новых знаний (т.е. знаний, которые получены самостоятельно и являются для конкретного учащегося новыми и личностно значимыми).

Типология учебных исследований учащихся

|  |  |
| --- | --- |
| По целям | Инновационные (предполагающие получение объективно новых научных результатов) и репродуктивные. |
| По содержанию | Эмпирические и теоретические.Естествознание и гуманитарная сфера.Монопредметные, межпредметные, надпредметные. |
| По методам | Экспериментальные и др. |
| По времени и месту | Урочные (на уроках и факультативах) и внеклассные. |
| По продолжительности | Краткосрочные (урок или его часть), среднесрочными (несколько дней или недель), долговременными (месяцы или годы). |
| По составу участников | Индивидуальные, коллективные. |

Виды учебных исследований (автор идеи А.П.Тряпицына):

– монопредметные – исследование, которое проводится по какому-то одному предмету и предполагает привлечение знаний для решения проблемы именно по этому предмету;

– межпредметные – исследование, которое требует привлечения знаний для его выполнения из разных учебных предметов.

Мотивом такого исследования чаще всего становится глубокий интерес ученика к проблеме, которая рассматривается в различных образовательных областях по-разному;

– надпредметные – исследование, которое направлено на исследование конкретных личностно значимых для ученика проблем.

 Результаты такого исследования выходят за рамки учебной программы.

Преимущества надпредметных исследований:

– помогают преодолеть фрагментарность знаний учащихся, формируют общеучебные умения и навыки;

– помогают преодолеть узость мыслительной деятельности ученика;

– процесс исследования объединяет не только учеников, но и педагогов;

– изменяет отношение ученика к отдельным учебным предметам.

Учебное исследование ученика должно соответствовать следующим требованиям: (по Н.И.Дереклеевой)

1 . Четко сформулирована цель исследования.

2. Выдвинута четкая и лаконичная гипотеза исследования.

3 Определены задачи исследования, посредством решения которых цель может быть достигнута.

4 . Приведен полный обзор литературы по исследуемой проблеме.

5 . Описано, что и как делал исследователь для доказательства гипотезы (методика исследования, которая описывается в тексте).

6. Представлены собственные данные, полученные в результате исследования.

7 . Описание исследования должно демонстрировать глубину знания автором (группой авторов) избранной области исследования.

8. Исследование должно соответствовать установленным формальным критериям.

9. Исследование должно демонстрировать наличие теоретических (практических) достижений автора.

 10. Проблема, затронутая в работе, должна быть оригинальной (или должно быть оригинальным её решение).

11. Работа должна завершаться выводами, в которых излагаются результаты исследования, и защитой. 12 Защита – итог исследовательской работы и один из главных этапов обучения начинающего исследователя.

**Приложение 3**

 Этапы деятельности при выполнении учебного исследования(по Н.И.Запрудскому)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| № | Исследовательская деятельность учащихся | Управляющая деятельность учителя |
| 1 |  | Подбор противоречивых фактов, интересной информации, продумывание проблемных ситуаций |
| 2 | Проблематизация: обнаружение противоречий в имеющейся информации, проявление заинтересованности в изучении того или иного объекта, желания понять процесс или явление, усмотрение проблемы | Предъявление учащимся фактов, противоречий, привлекательной информации, создание проблемной ситуации |
| 3 | «Инкубационный период». Определение сферы исследования (формулировка вопросов, на которые хотелось бы получить ответы) | Инициирование постановки вопросов учащимися, поощрение поиска, помощь в самоопределении в отношении объекта исследования |
| 4 | Определение темы исследования | Помощь в определении предмета и темы исследования |
| 5 | Определение цели и задач исследования | Оказание помощи в формулировке цели и задач исследования |
| 6 | Выработка гипотезы (гипотез). Построение модели | Рекомендации выдвинуть предположения в отношении характера тех зависимостей, которые предстоит изучить, установить с помощью эксперимента или работы с литературой.Предложение найти объяснение выдвинутой гипотезе |
| 7 | Планирование и разработка методики проведения исследования | Предложение учащимся различных методов решения задач исследования |
| 8 | Сбор и систематизация полученной информации | Оказание помощи в фиксации результатов теоретического или экспериментального исследования |
| 9 | Анализ, объяснение и обобщение полученных данных и материалов | Помощь учащимся в анализе различных точек зрения в литературе на исследуемую проблему, в обобщении данных, в формулировке собственного взгляда на проблему. Предложение различных подходов, схем, шаблонов для обобщения информации |
| 10 | Подготовка отчета | Консультирование по подготовке отчета и публичной защите исследования |
| 11 | Презентация и защита результатов исследования | Помощь и поддержка непосредственно перед защитой |
| 12 | Обсуждение хода работы и полученных результатов | Организация рефлексии |
| 13 |  | Самоанализ учителем хода и продуктивности его управляющей деятельности |

**Приложение 4**

“Если ученик в школе не научился сам ничего творить, то и в жизни он всегда будет только подражать, копировать, так как мало таких, которые бы, научившись копировать, умели сделать самостоятельное приложение этих сведений” – Л.Толстой.

Исследовательская деятельностьобучающихся – это совокупность действий поискового характера, ведущая к открытию неизвестных для обучающихся фактов, теоретических знаний и способов деятельности.

Исследовательские задания – это предъявляемые обучающимся задания, содержащие проблему; решение ее требует проведения теоретического анализа, применения одного или нескольких методов научного исследования, с помощью которых учащиеся открывают ранее неизвестное для них знание.

Цель исследовательского метода – «вызвать» в уме учащегося тот самый мыслительный процесс, который переживает творец и изобретатель данного открытия или изобретения. Обучающийся должен почувствовать прелесть открытия.

Основные этапы учебного исследования.

1) Мотивация

2) Этап формулирования проблемы

3) Сбор фактического материала

 4) Систематизацию и анализ полученного материала

5) Выдвижение гипотез.

 6) Проверка гипотез

 7)**На последнем этапе происходит**доказательство истинности гипотез,**получивших ранее подтверждение; ложность же их может быть определена *с помощью контрпримеров.***

**Приложение 5**

 Урок-исследование (5-6класс)

При изучении темы «Сумма внутренних углов треугольника»**в качестве исходного задания можно предложить такую задачу:**«Построить треугольник по трем заданным углам:

1)  А = 90о,  В = 80о,  С = 45о; 2)  А = 80о,  В = 30о,  С = 50о; 3)  А = 50о,  В = 60о,  С = 70о».

Учащиеся, вооружившись линейкой и транспортиром, начинают строить треугольники.

 В первом случае, построив углы А и В и отложив угол в 45о от луча АС (или  ВС, кому как нравится), они увидят, что вместо треугольника получается четырехугольник.

 Во втором случае независимо от того, какие первые два угла выбирают для построения, всегда получается треугольник, третий угол которого больше, либо меньше заданного.

 В третьем случае выстраивается треугольник по трем заданным углам.

По окончании уже можно выдвинуть предположение о сумме углов треугольника.

 Далее необходимо подтвердить гипотезу.

Постройте треугольники (прямоугольный, тупоугольный, остроугольный или раздать шаблоны треугольников). Заполнить таблицы в группах, обсудить результат.

 Можно оформить (если позволяет время) и представить результат. Выступающие от групп дают оценку участникам группы.

 Здесь уместен провокационный вопрос: «В каком треугольнике, по вашему мнению, сумма внутренних углов больше, в остроугольном или тупоугольном?»

 Практика показывает, что почти в каждом классе найдутся несколько человек, которые, зная, что тупой угол всегда больше острого, по аналогии скажут, что сумма внутренних углов тупоугольного треугольника больше, чем остроугольного. Далее им предлагается на практике проверить свое утверждение.

Иногда за урок удается решить одну крупную проблему,**или же урок может содержать**несколько мелких проблемных заданий.

  Кроме уроков-исследований существуют также  мини-исследования.**В них присутствуют лишь некоторые исследовательские элементы. Выполнение задания занимает несколько минут.**

Вот примеры совсем небольших проблем-вопросов: «Почему треугольник назван «треугольником»? Можно ли дать ему другое название, также связанное с его свойствами?»,« Как можно объяснить название «развернутый угол»?» ,«В Древнем Египте после разлива Нила требовалось восстановить границы земельных участков, для чего на местности необходимо было уметь строить прямые углы. Египтяне поступали следующим образом: брали веревку, завязывали на равных расстояниях узлы и строили треугольники со сторонами, равными 3, 4 и 5 таких отрезков. Правильно ли они поступали?»

 Использование исследований на уроках способствует сближению образования и науки, так как в обучение внедряются практические методы исследования объектов и явлений природы – наблюдения и эксперименты, которые являются специфичной формой практики. Их педагогическая ценность в том, что они помогают учителю подвести обучающихся к самостоятельному мышлению и самостоятельной практической деятельности; способствуют формированию у учащихся таких качеств, как вдумчивость, терпеливость, настойчивость, выдержка, аккуратность, сообразительность; развивают исследовательский подход к изучаемым технологическим процессам.

Совершенно очевидно, что школа не в состоянии обеспечить ученика знаниями на всю жизнь, он она может и должна вооружить его методами познания, сформировать познавательную самостоятельность. Привлечение обучающихся к выполнению творческих учебно-исследовательских работ имеет глубокий воспитательный характер.

 **Приложение 7**

 Урок- исследование 6 класс

Предварительная работа: в течение двух-трех недель измерять температуру воздуха в кабинете математики, измерить свой рост.

Оборудование: рулетка, таблицы.

Тема урока: Диаграммы 6 класс

Цели урока:

Образовательная: учить проводить исследования, учить строить диаграммы.

Воспитательная: развивать познавательный интерес, прививать осознание экологических проблем для здоровья человека.

Развивающая: повышать интерес к математике, показать связь математики с жизнью.

Ход урока

I. Организационный момент.

Что нельзя купить за деньги? Как вы думаете, о чем идет речь? О здоровье. Наше здоровье зависит от различных факторов. Ученые считают, что 20-25% всех воздействий на здоровье человека оказывают экологические факторы, 20% - биологические (т.е. наследственные), 10% - здравоохранение и 50-55% - образ жизни человека. Сегодня мы поговорим с вами об экологии рабочей среды. Ваша рабочая среда – это школа. Вы много времени проводите в ее стенах. Условия, в которых вы работаете на уроках, очень влияют на состояние вашего здоровья и даже на ваше настроение. Итак, сейчас нам предстоит исследовать нашу рабочую среду. В конце урока каждый из вас сможет построить диаграмму своих результатов.

II. Практическая работа (каждому ученику раздается таблица:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| № | Показатели | По норме | Фактически | Соответствие в % |
| 1 | Площадь на 1 чел. | Не менее 2,5 кв.м |   |   |
| 2 | Объем воздуха на 1 чел. | Не менее 3,75 [куб.](http://cityadspix.com/tsclick-IQBM0ZJV-MKIGQY0P?&sa=1000&sa1=&sa2=&sa3=&sa4=&sa5=&bt=20&pt=9&lt=2&tl=1&im=MTE0NTUtMC0xNDIyNTUxMDYwLTE2ODIxNDYy&fid=NDQ1NTYwOTc1&kw=%D0%BA%D1%83%D0%B1.) м |   |   |
| 3 | Средняя температура воздуха | 18? – 21? С |   |   |
| 4 | Естественное освещение | Не менее 0,25 |   |   |
| 5 | Искусственное освещение | Не менее 40 Вт/кв.м |   |   |
| 6 | Проветриваемость | Не менее 0,02 |   |   |
| 7 | Нормативные размеры столов и стульев | см. таблицу |   |   |
| 8 | Ширина прохода между рядами | 60 – 75 см |   |   |
| 9 | Удаленность от классной доски | 8,6 м |   |   |

На доске изображена такая же таблица и таблица с нормативными показателями мебели:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Рост ученика, см | Высота стола, см | Высота стула, см |
| 100 – 115 | 46 | 26 |
| 115 – 130 | 52 | 30 |
| 130 - 145 | 58 | 34 |
| 145 – 160 | 64 | 38 |
| 160 – 175 | 70 | 42 |
| Свыше 175 | 76 | 46 |

Класс делится на группы. Каждая группа выполняет свои измерения и расчеты, находит процент соответствия с санитарными нормами и вписывает полученные данные в таблицу на доске.

1 группа измеряет длину, ширину, высоту кабинета в метрах, вычисляет площадь и объем, приходящиеся на одного ученика.

2 группа измеряет длину и высоту окон, высчитывает световой коэффициент естественного освещения по формуле

 СК = S окон / S помещения.

3 группа измеряет длину и ширину вентиляционных отверстий, высчитывает коэффициент аэрации по формуле

 КА = площадь вентиляционных отверстий / площадь помещения, с помощью которого определяется интенсивность естественного проветривания помещения.

4 группа измеряет ширину проходов между рядами и удаленность последней парты от классной доски, определяет искусственное освещение классной комнаты при помощи коэффициента, который вычисляется по формуле:

КИО = количество ламп х мощность / площадь помещения.

5 группа измеряет высоту столов и стульев, высчитывает среднюю температуру воздуха.

После того, как таблица на доске заполнена, каждый ученик заполняет свою таблицу. Процент соответствия мебели каждый считает для своего роста.

III. Обработка результатов.

Таким образом, мы получили результаты наших исследований, выраженные в процентах. По этим результатам построим диаграмму санитарной оценки классной комнаты.

Делаем выводы по полученной диаграмме, т.е. читаем диаграмму. Какие санитарно-гигиенические нормы выполняются, а какие – нет. Что мы можем сделать? (Проветривать помещение, следить за перегоревшими лампами, развести комнатные растения и ухаживать за ними и т.д.)

IV. Подведение итогов урока. Выставление оценок.

**Приложение 8**

 5 класс «Задачи на движение»

Задача 1

. Из пунктов А и В, расстояние между которыми 60 км, отправились одновременно пешеход и велосипедист со скоростями 5км/ч и 15км/ч соответственно.

Какое расстояние будет между ними через 3 часа?

1.Анализ условия

2.Чертеж по условию

3.Вопросы для обсуждения (в каком направлении двигаются участники движения)

Решение.

1) Движение навстречу друг другу.

 5км/ч 15км/ч

 А В

 60км

2) Движение в одном направлении.

 5км/ч 15км/ч

 А В

 60км

3) Движение в противоположных направлениях.

 5км/ч 15км/ч

 А В

 60км

4) Движение в одном направлении.

 5км/ч 15км/ч

 А В

 60км

В случаях 1) и 2) происходит сближение, поэтому нужно найти скорость сближения.

В случаях 3) и 4) пешеход и велосипедист удаляются друг от друга.

При решении задач на движение по реке есть особенность: приходится различать скорость движения по течению и скорость движения против течения.

 Продолжение исследования.

Распечатать карту района, план города и проложить дорогу (с учетом особенности местности). Прочитать дополнительную информацию о строительстве дорог.

 Изучить масштаб.

 Подготовить выступление и оформить приложение.

Тема исследования: «Безопасность на дороге» (учитывать кривизну поворотов, качество покрытия, погодные условия) , «Задачи на движение «(формула скорости, рассмотреть движение по окружности, по пересеченной местности, «Мой папа водитель дальнего следования» (задачи, решаемые в пути, например, расчет топлива и оплата в зависимости от страны, расчет времени проезда и отдыха с учетом норм, и т.д .),

**Приложение 9**

**Длина окружности и площадь круга ,6 класс (1 урок в теме)**

 **Практическая работа. Учитель: Ребята, у вас на столах (на каждой парте заготовки кругов различного диаметра) есть заготовки круга и ниточки. Как вы думаете, для чего они нужны? (чтобы измерить длину окружности).**

 **С помощью нити измерьте длину окружности, а теперь измерьте диаметр окружности. Запишите несколько измерений в тетрадь. (С=…, d=…). Какой вывод можно сделать? (Длина окружности прямо пропорциональна длине ее диаметра).**

**Вычислите отношение длины окружности к диаметру**

**Вывод.**

 **Исторические сведения о числе пи**

**Учитель:  Длина окружности тем больше, чем больше ее диаметр. Для всех окружностей отношение длины окружности к длине ее диаметра является одним и тем же числом. Сначала было замечено, что длина любой окружности примерно в 3 раза больше диаметра. Затем этот результат был уточнен – в 3,71 раза, но и тогда математики знали, что это число тоже не является точным. Чтобы не было проблем при записях расчетов, математики Древней Греции стали обозначать это число буквой греческого алфавита – (пи). Точное значение пи неизвестно и сейчас. Нам для вычислений достаточно использовать значение пи, округленного до разряда сотых: пи=3,14.**

**Примерно такую же точность дает значение пи=22/7. Число 22/7 носит имя великого математика: называется оно «число Архимеда».**

**Для закрепления в памяти рационального выражения – числа Архимеда**

**(=22/7 ) может оказаться полезной шутка из учебника Магницкого:**

**Запоминание величины пи (3,1416) связывают с предложением «Что я знаю о кругах», где количество букв в каждом слове равно соответствующей цифре числа пи**

**Запишем в тетради π=С: d; С=π d; С=2πr.**

**Приложение 10**

 **Исследовательская деятельность при решении уравнений ( 5 класс)**

При исследовании научной проблемы важен не только результат, «ответ» к данной задаче, но и изобретенный по ходу решения метод. Изучать материал можно в двух противоположных направлениях: «от задач» и «от теории». Сравним эти способы по нескольким параметрам.

Время. Способ «от теории» требует гораздо меньше времени на формальное овладение материалом, так как сразу отсеивает тупиковые ходы.

Надёжность. Способ «от задач» срабатывает далеко не всегда , так как требует от ученика постоянной активности. Способ «от теории» гораздо надёжнее.

Системность. При изучении части законченной теории есть возможность сразу выделить существенные связи. При самостоятельном построении теории «от задач», системные связи внутри теории не всегда сразу видны, пропорции важного/второстепенного могут быть нарушены.

Традиция также на стороне способа «от теории», достаточно посмотреть структуру любого учебника по математике.

 Обучая «от теории», мы воспитываем «пользователя» науки, который может успешно применять известные методы решения в известных ситуациях. Обучая «от задач» – воспитываем «творца» науки, способного изобретать новые методы решения, ставить новые задачи. Конечно, обучение «от задач» гораздо более индивидуально, чем обучение «от теории». Поэтому на урочных занятиях могут быть введены только некоторые элементы такого обучения.

 Известно изречение древних: лошадь можно подвести к воде, но нельзя заставить её пить.

 Важно не только выучить предмет, но и позволить школьникам рассуждать, заблуждаться и самим искать пути преодоления этих заблуждений. Необходимо не только овладеть информацией, но и оценить её, осмыслить, применить. Получая информацию, ученик должен научиться рассматривать её с различных точек зрения, делать выводы относительно точности и ценности. Не простое знание фактов, не умение, как таковое, а способность пользоваться приобретённым

 При изучении уравнений в 5 классе приходится сталкиваться с непониманием алгоритма решения. Как преодолеть трудности?

повторить решение простых уравнений на нахождение компонентов уравнений. Например: 1) x+12=25; 2) 53-x=20; 3) x-24=75. Как найти неизвестное слагаемое, вычитаемое, уменьшаемое. При формулировке данных правил предлагается учащимся самим составить уравнения.

 предложить рассмотреть несколько уравнений, которые составили сами дети, добавив несколько уравнений, составленных учителем. Например: (x+14)+5=40; (2x+3)-5=32. Чем отличаются эти уравнения от предыдущих? Обсудить ответы в парах, предложить обсуждение в классе. Для преодоления возникающих трудностей можно воспользоваться следующим образом. Слева запишем “сложное” уравнение, а справа более простое.

 (2x+7) : 3=9 y : 3 = 9

 В простом уравнении не составит труда найти то, что закрыто. Следовательно, и слева надо искать по такому же принципу. Процедуру повторяем до тех пор, пока не найдётся х.

 2.Можно предложить установить порядок действий и выполнять в обратном порядке от последнего и в результате найти неизвестное.

 3. Сильным ученикам можно предложить составить алгоритм решения “сложных” уравнений, схема которого представлена на рис.1

 Определение последовательности действий

 в левой части

 Какой компонент неизвестен?

 Как найти этот компонент?

 выполнение действий в правой части

 Есть ли в левой части уравнения действия

 нет да

 Ответ

 Рис.1 Алгоритм решения “сложных” уравнений

**Приложение 11**

Решение простейших уравнений с параметром в 5 классе

 Задания с параметрами служат материалом для учебно-исследовательской работы. Решение задач с параметрами имеет важное значение, т.к. в процессе их решения учащиеся знакомятся с творческим подходом к решению задач.

Пример1

Каким числом необходимо заменить a, чтобы корнем уравнения: x+7=a было число 20?

Пример 2

Каким числом необходимо заменить a, чтобы корнем уравнения:

 - (4+a) = x+3 было число 7?

Пример3

При каком значении а уравнение a(x+5)=15 имеет корень 0?

При каком значении а уравнение (a-4)x=2 не имеет корней?

Определение. Параметром называется независимая переменная, значение которой в задаче считается заданным фиксированным или произвольным действительным числом, или числом, принадлежащим заранее оговоренному множеству.

  Основные способы (методы) решения задач с параметром

Способ I (аналитический). Это способ так называемого прямого решения, повторяющего стандартные процедуры нахождения ответа в задачах без параметра.

Способ II (графический). В зависимости от задачи (с переменной x и параметром a) рассматриваются графики или в координатной плоскости

 (x; y), или в координатной плоскости (x; a).

Способ III (решение относительно параметра). При решении этим способом переменные x и a принимаются равноправными и выбирается та переменная, относительно которой аналитическое решение признается более простым. После естественных упрощений возвращаемся к исходному смыслу переменных x и a и заканчиваем решение.

Линейным уравнением называется уравнение вида ах=в, где а,в- некоторые  действительные числа, х- переменная.

 Решить уравнение с параметром – значит указать, при каких значениях параметров существуют решения и каковы они.

 Решим данное уравнение в общем виде.

При а=0, в≠0 уравнение не имеет корней, так как нет такого числа которое при умножении на нуль,  даст результата отличный от нуля.

  При а=0, в=0 уравнение имеет бесконечно много решений, решением является любое действительное число.

 При а≠ 0 уравнение имеет единственный корень, равный х=в/а.

 Таким образом, мы получили следующую схему для решения линейных уравнений с параметром.

1.Упростить уравнение так, чтобы оно приняло вид ах=в.

2.Исследовать коэффициент уравнения (если он содержит параметр) на равенство нулю (а = 0, а ≠ 0).

3.Исследовать корни уравнения при каждом фиксированном значении параметра (уравнение имеет единственный корень, бесконечное множество корней, не имеет корней).

4.Записать ответ с учетом фиксированных значений параметра.

Пример1.Решить уравнение a x-7=0.

Запишем уравнение в стандартном виде     a x=7.

|  |
| --- |
| Если  a =0, то уравнение не имеет корней.Если a≠ 0, то x=7/ a |

Ответ: если a =0, корней нет;

если a≠ 0, x=7/ a.

Пример 2.Решить уравнение (a -3)x-6=0.

Запишем уравнение в стандартном виде     (a -3)\*x=6

|  |
| --- |
| 1)Если a -3=0,  a =3, то  уравнение не имеет корней.2)Если a-3≠0,a ≠3,тоx=6/ (a -3). |

Ответ: если a =3, корней нет;

             если a≠ 3, x=6/ (a -3).

 Пример 3. Решить уравнение mx=m.

 Ответ: если m=0, x - любое число;

           если m≠0, x=1

Пример 4. Решить уравнение (m-5)x=6.

|  |
| --- |
| 1)  Если m-5=0,  m=5, то уравнение не имеет корней 2)  Если m-5≠0, m≠5, то    x=6/(m-5) |

 Ответ: если m=5, корней нет;

            если m≠5, x=6/m-5

 Пример 5. Решить уравнение a x+8= a.

   Запишем уравнение в стандартном виде a x= -8+ a.

|  |
| --- |
| 1)  Если a =0, то уравнение примет вид    0 x= -8. Это уравнение не имеет корней.2)  Если a≠ 0, то x= a -8/ a,                    |

Ответ: если a =0, корней нет;

            если a≠ 0, x= a-8/ a

Пример 6.  При каком значении  параметра a,  х=2,5 является корнем уравнения х+2= a+7?

Так как х=2,5 корень уравнения  х+2= a+7, то при подстановке х=2,5 в уравнение получим верное равенство 2,5 +2= a+7, откуда находим  a= -2,5.

Ответ:  при a=-2,5.

 Модифицированные задачи

Задачи этого блока можно составить из базовых задач за счет увеличения технической сложности и трудности; переформулирования условия базовой задачи; необычной формы представления условия задачи.

1. Решить уравнение a(х – 1) + 2(х – 1) = 0 относительно переменной  х.

Решение:

Раскроем скобки: aх – а + 2х – 2 = 0

Запишем уравнение в стандартном виде:  х(а + 2) = а + 2.

В случае, если выражение а + 2≠0  , т. е. если а ≠ -2, имеем решение х = (а + 2) / (а + 2), т.е. х = 1.

В случае, если а + 2 =0 т.е. а = -2, то имеем верное равенство 0 · x = 0, поэтому х – любое число.

Ответ: при  а ≠ -2    х = 1;

при а = -2  х- любое число.

2.  Решить уравнение (a2 – 1)x = a + 1.

Решение: При решении этого уравнения рассмотрим  такие случаи:

a2 - 1 = 0, т.е. a = 1  и a = -1.

Если a = 1, то уравнение принимает вид 0x = 2 и не имеет решений;

Если a = -1, то получаем 0x = 0,  следовательно x – любое число.

Если a ≠ ±1, имеем x = а+1/а -1.

Ответ:если a = -1, то x – любое число; если a = 1, то нет решений;

              если a ≠ ±1, то  x = а+1/а-1

3.    Решить уравнение

тх+3=4т-2х.

тх+2х=4 т-3,

х(т+2)=4 т-3,

Если т+2=0,

         т=-2, то уравнение  примет следующий вид

0х=4 (-2)-3,

 0х=-11. Это уравнение не имеет корней.

Если т+2 не равно 0, Т ≠ -2,  то х = (4т-3)/ (т+2).

Ответ:  при т=-2, корней нет;

             при т ≠2,  х= (4т-3)/ (т+2).

4.    Придумайте  уравнение с параметром т, которое имеет бесконечно много решений.  (Ответ: например, при каком значении m уравнение (m+2)х=6х имеет бесконечное множество решений)

5.    Найдите значения а, при котором число 2 является корнем уравнения

х(а-2)+а(7-х)=3. (Ответ: при  а=1)

6.    Найдите значение параметра а в уравнении ах+5у-40=0, если известно, что решением уравнения является пара чисел (3;2)

                   Задача решается подстановкой и выражением а.

При каком значении параметра р график функции  у=рх+1 пройдет через точку пересечения прямых 6х-у=13 и 5х+у=20 (Ответ: р=4/3)

7.  При каких значениях коэффициентов а,в,с прямая ах+ву+с=0:

                а) параллельна оси х;

                б) параллельна оси у;

                в) проходит через начало координат;

                г) совпадает с осью х, осью у?

Исследовательские задачи

Исследовательские задачи сформулированы на более сложном языке, они носят исследовательский характер. Их решение основывается на:

1. методе выдвижения гипотез;

2 видения нового ракурса решения;

3. использование комбинированных методов решения;

4. переформулирование условия задачи.

  Сколько корней в зависимости от параметра а имеет уравнение
 2 !х!-1-х=а?
Решение. Преобразуем уравнение к виду 2|x| -1=х+а.
Рассмотрим функции f(х)=2|x| -1 и g(х,а)= х+а.
Графиком первой из них является ломаная , графиком второй - семейство прямых, параллельных прямой у=х.

Эти прямые пересекаются с осью ординат в точках с координатами (0;а). Очевидно, что если а будет возрастать от -∞ д,-1 то впервые графики пересекутся тогда, когда прямая пройдет через вершину ломаной, т.е. через точку (0;-1), т.е. при а=-1. В этом случае уравнение имеет единственное решение. Если дальше увеличивать параметр а, то точек пересечения будет ровно две – с каждой из ветвей ломаной. В результате этого анализа получаем ответ.
Ответ: при а<-1 уравнение не имеет корней; при а=-1 уравнение имеет единственный корень;
при а>-1 уравнение имеет два корня.

 Литература

1 .  Локоть В.В.   Задачи с параметрами. Учебное пособие.- М.:АРКТИ, 2003

2.  Газета «Математика». Учебно-методическое приложение к газете «Первое  сентября»:  Е.Пронина, « Линейные уравнения с параметрами» №12, 2000 г.

3. Иванюк М.Е., Липилина В.В., Максютин А.А. «Проблемы реализации ФГОС при обучении математике в основной и старшей общеобразовательной школе» (монография).Самара,2014г.

**Приложение12**

Основными формами проведения научно-исследовательской работы в РБ являются:

Республиканская летняя научно-исследовательская школа учащихся и учителей;

Турнир юных математиков;

Научно-исследовательские конференции и семинары.

**ЗАДАЧИ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ**

**1.1 Старшая группа (9-11 классы )**

Задача 1.1.1 Найти наименьшее значение суммы 21•А + 14•В, если известно, что А•В = 6 и В > 0.

Задача 1.1.2 Найдите 2006 последовательных натуральных чисел, среди которых нет ни одного квадрата натурального числа.

Задача 1.1.3 Медианы треугольника имеют длины 9, 12, 15. Чему равна площадь этого треугольника?

Задача 1.1.4 Слава сложил из одинаковых кубиков с ребрами, равными 1, прямоугольный параллелепипед. Затем записал на бумажке три числа - 42, 48 и 82 и, показывая ее друзьям, сказал, что это - объем, площадь поверхности и сумма длин всех ребер сложенного им параллелепипеда, но не сказал, где какое число. Чему равны длины ребер этого параллелепипеда?

Задача 1.1.5 На чудо-дереве Мичурина растут бананы и апельсины, бананов в два раза больше, чем апельсинов. Каждый день он срывает два плода и на их месте вырастает один новый, причем если он срывает два одинаковых фрукта, то вырастает апельсин, а если два разных, то вырастает банан. Каким может оказаться последний фрукт на этом дереве?

Задача 1.1.6 Из четырех натуральных различных чисел, больших 1, составили всевозможные попарные суммы. Известно, что самая малая из этих сумм равна 11, а самая большая - 29. Кроме того, среди этих сумм есть равные 12 и 21. Найдите те четыре числа, из которых составлялись указанные суммы.

Задача 1.1.7 Можно ли числа 1, 2,. ., 10 расставить в ряд в некотором порядке так, чтобы каждое из них, начиная со второго, отличалось от предыдущего на целое число процентов?

Задача 1.1.8 Известно, что в треугольниках АВС и А1В1С1 равны стороны АВ и А1В1, углы ÐАВС и углы ÐА1В1С1 и суммы длин сторон ВС + СА и В1С1 + С1А1. Докажите, что тогда равны и сами треугольники АВС и А1В1С1.

Задача 1.1.9 Дан треугольник со сторонами 4 см, 5 см и 6 см. В него вписана окружность, к которой проведена касательная, параллельная большей стороне. Эта касательная отсекла от исходного треугольника меньший треугольник. В этот треугольник тоже вписана окружность и к ней проведена касательная, параллельная первой. Получился новый треугольник, в который снова вписана окружность и проведена касательная, параллельная предыдущим. Такие построения можно продолжать неограниченно долго (бесконечно). Чему равна сумма радиусов всех окружностей?

Задача 1.1.10 На каждой из планет некоторой системы находится ровно один астроном, и он наблюдает ближайшую планету. Расстояния между планетами попарно различны. Есть ли две планеты этой системы, астрономы которых наблюдают друг друга? Докажите, что если число планет нечетно, то какую-нибудь планету никто не наблюдает.

**1.2 Средняя группа (6-8 классы )**

Задача 1.2.1 В шахматном однокруговом турнире каждые два участника встречались между собой один раз. Сколько человек участвовало в турнире, если после его окончания оказалось, что всего было сыграно 78 партий?

Задача 1.2.2 На столе лежат 2006 камешков. Двое играющих берут поочередно с этого стола камешки, причем за один раз не более 10 камешков. Выигрывает тот, кто берет последний камешек. Кто должен наверняка выиграть: начинающий или его соперник? Как надо ему играть, чтобы наверняка выиграть?

Задача 1.2.3 Будем называть натуральное число "замечательным", если оно - самое маленькое среди всех натуральных чисел с такой же, как у него, суммой цифр. Сколько существует трехзначных "замечательных" чисел? Выпишите их все.

Задача 1.2.4 Саша отпил 1/6 чашечки черного кофе и долил ее молоком. Затем он выпил 1/3 той же чашечки и снова долил ее молоком. После этого он выпил уже полчашечки смеси и снова долил ее молоком. Наконец, он выпил все содержимое чашечки. Чего Саша выпил больше - кофе или молока?

Задача 1.2.5 В тетради в клеточку нарисован квадрат 5x5 клеток. Разрежьте этот квадрат по линиям клетчатой бумаги на семь прямоугольников, среди которых нет одинаковых. Какие размеры полученных прямоугольников?

Задача 1.2.6 Можно ли в клетках таблицы 4 x 4 расставить числа 2005 и 2006 так, что для любой клетки этой таблицы сумма чисел в ней и всех ее соседях будет нечетной? Соседними считаются клетки, имеющие общую сторону или вершину.

Задача 1.2.7 У Дениса есть рыболовная леска длиной 192 см и ножницы. Он желает отрезать от нее кусок в 90 см. Сможет ли он это сделать, если у него нечем отмерить указанную длину? Если да, то, каким образом? Если нет, то обоснуйте почему?

Задача 1.2.8 Можно ли произвольный квадрат разрезать на 6 меньших, необязательно равных, квадратов? А на 2006 можно?

Задача 1.2.9 Поезду-экспрессу требуется три секунды на то, чтобы войти в туннель длиной в один километр. За какое время (в секундах) он пройдет весь туннель, если идет со скоростью 120 км/ч?

Задача 1.2.10 Вова задумал целое положительное число. Дима умножил его не то на 5, не то на 6. Женя прибавил к результату Димы то ли 5, то ли 6. Витя отнял от результата Жени не то 5, не то 6. В итоге получилось 71. Какое число мог задумать Вова?

1.3 Младшая группа (2-5 классы)

Задача 1.3.1 Имеется восемь шариков для подшипника. Один шарик оказался, при равных размерах с остальными, сделанным из более легкого сплава. Можно ли найти этот "легкий" шарик с помощью двух взвешиваний на чашечных весах без гирь?

Задача 1.3.2 За завтраком Дюймовочка съела два лепестка розы, два кукурузных зёрнышка и запила тремя каплями росы. Мальчик-с-пальчик съел четыре лепестка розы, три кукурузных зёрнышка и выпил шесть капель росы. После этого Дюймовочка стала весить на 14 граммов больше, а Мальчик-с-пальчик - на 25 граммов. Сколько граммов весит зёрнышко кукурузы?

Задача 1.3.3 В одном учебнике по математике для начальных классов есть такая задача: "Как 12 разделить, чтобы получилось две семерки?". Ясно, что ее нельзя решить стандартно. А вообще можно ли ее решить и как?

Задача 1.3.4 а) Можно ли 44 монеты расположить в десяти кошельках так, чтобы любые два из них содержали различное число монет? (Считаем, что два пустых кошелька содержат одинаковое число монет - нуль, и один кошелек в другой вкладывать нельзя). б) Та же задача, но теперь разрешается некоторые кошельки вкладывать в другие.

Задача 1.3.5 Имеются три сосуда емкостей 3 л, 3 л и 7 л. Можно ли, пользуясь этими сосудами, налить в большой сосуд ровно 5 л воды?

Задача 1.3.6. Три кренделя, пять коврижек и шесть баранок стоят по целому числу монеток, а все вместе 24 монетки. Что дороже: крендель или баранка?

Задача 1.3.7. Старинная задача: "В жаркий день шесть косцов выпили бочонок кваса за восемь часов. Нужно узнать, сколько косцов за три часа выпьют такой же бочонок кваса".

Задача 1.3.8. Есть 2003 монеты, одна из которых фальшивая, отличающаяся от остальных по весу. Выясните, легче или тяжелее фальшивая монета, чем настоящая, при помощи двух взвешиваний.

Задача 1.3.9. На столе лежат помидоры, огурцы и зеленые мячики. Зеленых предметов 8, круглых - 12, а съедобных - 14. Сколько помидоров лежит на столе?

Задача 1.3.10. На столе лежат три кучки камешков. В одной кучке один камешек, в другой - два, в третьей - три. Двое играющих берут поочередно эти камешки, причем за один раз можно взять любое число камешков из одной кучки. Выигрывает тот, кто забирает последний камешек. Что можно сказать об игре начинающего: он наверняка проигрывает или выигрывает?

1.4 Дополнительные вопросы

1. Кто ввел в математику термины "инвариант" и "дискриминант", и что эти термины означают?

2. Когда и в чьих работах впервые появились матрицы? Является ли матрицей таблица Д.И. Менделеева?

3. Кем впервые решена (сначала на основе механических соображений, а потом и строго геометрически) известная задача о точке пересечения медиан треугольника?

4. Какие окружности и почему называют окружностями Аполлония?

5. Что утверждает теорема Стюарта, и где она обычно применяется?

6. Давид Гильберт говорил, что тот, кто может решить следующую задачу в уме без вычислений, - тот прирожденный математик. Задача: "Из чашки с кофе в чашку с молоком перелили ложку кофе, затем такую же ложку смеси перелили обратно. Чего больше: молока в чашке с кофе или кофе в чашке с молоком?" Решите эту задачу и ответьте на вопрос: что вам известно о Д. Гильберте?

**Приложение 13**

 Исследовательские задания по математике.

Разбойники поймали мудрецов, выстроили их в колонну, надели на каждого чёрный или белый колпак и спрашивают каждого: какого цвета колпак на нём? Если ответил правильно – отпускают, если ошибся – убивают. Как надо действовать мудрецам, чтобы их спаслось как можно больше? (Мудрец видит только колпаки тех, кто стоит перед ним. Перед тем, как отгадывать цвет своего колпака, мудрецы могут о чем-то договориться.) Обобщить задачу на n цветов колпаков.

Сколькими способами можно раскрасить бесцветные грани куба (можно несколько граней в один цвет), если красок: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7? Тот же вопрос для тетраэдра, октаэдра. Сколько красок тут имеет смысл рассматривать?

Цепь скована из звеньев. Как наименьшим числом распилов разбить её на отдельные звенья? Рассмотреть ветвящиеся цепи, найти зависимость числа распилов от числа звеньев и порядка сцепления.

На клетчатой бумаге нарисован прямоугольник с целочисленными сторонами. Сколько клеток пересечет его диагональ? Считается, что диагональ пересекла клетку, если есть точки диагонали находящиеся внутри клетки.

На плоскости нарисованы 5 точек. Через каждые две точки проведена прямая. Сколько может быть различных прямых? Обобщить на n точек.

В кубе некоторые вершины покрашены в чёрный цвет, некоторые в белый. При этом можно повернуть куб вокруг какой-либо оси так, чтобы вершины одного цвета переходили друг в друга. Сколько существует таких различных раскрасок? Тот же вопрос для октаэдра, икосаэдра.

У вас есть 15 шаров, из них какие-то 3 – радиоактивные, и прибор, который показывает, есть среди выбранных шаров радиоактивные или нет. Как за наименьшее число проб узнать все радиоактивные шары? Обобщить для m шаров и n радиоактивных.

(Задача Иосифа Флавия) По кругу расположены точки с номерами от 1 до n. Точки начинают вычёркивать через одну, считая от первой. Как узнать номер точки, которая останется последней? Что если вычеркивать каждую третью точку?

Есть 10-этажный дом и 2 кокоса, которые можно сбрасывать с любого этажа и можно подбирать. Помогите обезьяне определить, с какого этажа кокосы начинают разбиваться. Учтите, что обезьяна ленивая и хочет бросать кокосы как можно меньше раз. Обобщить на n этажей и m кокосов.

 Один из игроков загадал число, меньшее 100. Другой задает ему вопросы, на которые первый может отвечать только «да» или «нет». Один раз отвечающий может соврать. Как правильно задавать вопросы, чтобы быстрее отгадать число? Обобщите задачу.

(Трапецеидальные числа.) Число 15 можно тремя способами представить в виде суммы последовательных натуральных чисел: 15=7+8=4+5+6=1+2+3+4+5. А сколько таких способов для числа 101? Как найти количество способов для произвольного числа?

Какие суммы можно уплатить монетами по 3 и 5 рублей? Обобщение: какие числа выражаются комбинацией , где  – данные натуральные числа,  – произвольные целые неотрицательные числа.

Построить многочлен с целыми коэффициентами, имеющий корень . Построить многочлен наименьшей степени, обладающий этим свойством (доказать, что степень наименьшая). Обобщить на случай суммы трёх корней.

Как восстановить многоугольник по серединам его сторон? Единственно ли решение? А если рассматривать также невыпуклые многоугольники? А если поделить стороны в отношении 1:a?

Параллелограмм разбивается диагоналями на 4 равновеликих треугольника. Верно ли обратное? Тот же вопрос для ромба и периметров. Обобщить на шестиугольники.

 Четырехугольник с равными сторонами (ромб) имеет две пары равных углов, четырехугольник с равными углами (прямоугольник) - две пары равных сторон и равные диагонали. Исследовать шестиугольники с равными сторонами, углами или диагоналями, а также вписанные и описанные шестиугольники с какими-нибудь равными элементами.

Гиппократовы луночки. На рисунке площадь фигуры EHBG равна площади треугольника ABE. При каком ещё положении точки E площадь EHBG рационально выражается через площадь ABE?



При каких  корни уравнения  записываются через квадратичные иррациональности?

Классификация графиков дробно-квадратичных функций. Исследовать какие типы графиков могут получиться, если в числителе и в знаменателе дроби – многочлены степени не выше 2.

Самые сложные темы.

Последовательность  () является периодической. При каких ещё коэффициентах для последовательности  получается периодичность? Какой длины может быть период?

. При этом  является полным квадратом, а  нет. Можно ли найти такую тройку чисел, чтобы каждая пара квадратов в сумме была полным квадратом? Иначе тот же вопрос: бывает ли прямоугольный параллелепипед, у которого рёбра, диагональ и диагонали граней целые? Можно попробовать найти решение более слабой задачи: потребовать целочисленности двух диагоналей граней.

Если  - арифметическая прогрессия, то, зная только , можно найти , зная 3-й член, можно найти сумму первых пяти, и т.д. Оказывается, для последовательности Фибоначчи  (т.е. ) тоже есть такие свойства. А именно, сумма первых десяти членов однозначно выражается через седьмой член: (\*), причём равенство верно для последовательностей с любыми начальными членами . Вопросы: а) нельзя ли найти другие равенства типа (\*) (т.е. с другими числами вместо 1, 10, 7, 11), верные для всех последовательностей Фибоначчи; если можно, то как связаны эти параметры; б) нельзя ли построить подобные равенства для других рекуррентных последовательностей (хотя бы вида ); если можно, то как.

Последовательность задана рекуррентным соотношением если  чётно, , если  нечётно. Если начать с числа , то мы попадём в цикл . Выяснить, попадём ли мы в 1, начиная с любого натурального числа. (Компьютерные расчёты подтверждают эту гипотезу.) Придумать другие последовательности, обладающие этим свойством.

Многогранник разрезают по некоторым ребрам и получают его развертку. Развертка называется плоской, если никакие грани не накладываются друг на друга. Приведите пример неплоской развертки многогранника. Найдите многогранник с наименьшим числом граней, имеющий две неплоские развертки. Существуют ли многогранники, у которых нет плоских разверток?

**Приложение 14**

 Темы самостоятельных исследовательских работ по математике,

В конце каждой задачи указан рекомендуемый возраст

1. Разбойники поймали мудрецов, выстроили их в колонну, надели на каждого чёрный или белый колпак и спрашивают каждого: какого цвета колпак на нём? Если ответил правильно – отпускают, если ошибся – убивают. Как надо действовать мудрецам, чтобы их спаслось как можно больше? (Мудрец видит

только колпаки тех, кто перед ним.) 5-7 класс

2. Можно ли квадрат 8\*8 с одной вырезанной угловой клеткой разрезать на полоски 1\*3? Обобщить на квадраты n\*n. 5-6 класс

3. Дана таблица 4\*4. Можно ли так расставить в её клетках 7 звёздочек, чтобы при вычёркивании любых двух строк и любых двух столбцов хотя бы одна звёздочка оставалась? 5-6 класс

4. Сколькими способами можно раскрасить бесцветные грани куба (можно несколько

граней в один цвет), если красок: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7? Тот же вопрос для тетраэдра,

октаэдра. Сколько красок тут имеет смысл рассматривать? 5-6 класс

5. Цепь скована из звеньев. Как наименьшим числом распилов разбить её на отдельные звенья? Рассмотреть ветвящиеся цепи. 5-6 класс

6. Замостить плоскость правильными многоугольниками 1) одного типа, 2) двух типов. Замостить плоскость полуправильными многоугольниками. «Замостить» пространство правильными многогранниками. 5-6 класс

7. Вычеркнуть из данного числа три цифры, так чтобы новое число было наименьшим(наибольшим). Сформулировать алгоритм. А если вычёркивать 4 цифры? 5-6 класс

8. В кубе некоторые вершины покрашены в чёрный цвет, некоторые в белый. При этом можно повернуть куб вокруг какой-либо оси так, чтобы вершины одного цвета переходили друг в друга. Сколько существует таких различных раскрасок? Тот же вопрос для октаэдра, икосаэдра. 5-6 класс

9. У вас есть 15 шаров, из них какие-то 4 – радиоактивные, и прибор, который показывает, есть среди выбранных шаров радиоактивные или нет. Как за наименьшее число проб узнать все радиоактивные шары? 5-6 класс

10. По кругу расположены точки с номерами от 1 до n. Точки начинают вычёркивать через одну, считая от первой. Как узнать номер точки, которая останется последней? 5-6 класс

11. Есть 5-этажный дом и 2 кокоса, которые можно сбрасывать с любого этажа и

можно подбирать. Помогите обезьяне определить, с какого этажа кокосы начинают

разбиваться. Учтите, что обезьяна ленивая и хочет бросать шары как можно

меньше. Обобщить на n этажей и m шаров. 6-7 класс

12. При отгадывании числа отвечающему можно один раз соврать. Как правильнозадавать вопросы? 6-7 класс

13. (Трапецеидальные числа.) Число 15 можно тремя способами представить в видесуммы последовательных натуральных чисел: 15=7+8=4+5+6=1+2+3+4+5. А сколько таких способов для числа 101? Как найти количество способов для произвольного числа? 6-7 класс

14. (Многоугольные числа.) Назовём число m треугольным, если из m камней можно

выложить треугольник (т.е. если оно представимо в виде m=1+2+…+k). Найти формулу для треугольных чисел. Найти все квадратные числа, которыеодновременно являются треугольными. Найти общую формулу для n-угольных чисел. 6-7 класс

15. (Магические квадраты) Магические квадраты интересны тем, что сумма чисел в

каждой строке, в каждом столбце и по главным диагоналям одинакова.

Ограничимся сперва квадратами 3\*3. Найти способ отыскания всех таких

квадратов. Сколько их может быть? Найти мультипликативный квадрат (в котором

соответствующие произведения одинаковы). Как подбирать числа, чтобы

произведение всех чисел было при этом наименьшим? Что можно сказать о

квадратах 4\*4?

16.Какие суммы можно уплатить монетами по 3 и 5 рублей? Обобщение: какие числа

выражаются комбинацией ax + by , где a,b - данные натуральные числа, x, y -

произвольные целые неотрицательные числа. 6-7 класс

18. Придумать общую для игроков стратегию игры в шашки, при которой игра

закончится как можно быстрее. Можно ставить другие общие цели. 6-7 класс

19. Назовём элементами многоугольника его стороны и углы. По скольким элементам можно построить правильный треугольник? Равнобедренный треугольник? Произвольный треугольник? Любые ли элементы подходят? Обобщить на четырёхугольники и пятиугольники. 7-8 класс

20. Вывести неравенство, связывающее периметр многоугольника и сумму его диагоналей. Вывести соотношение между суммами диагоналей двух многоугольников, если один находится внутри другого. 7-8 класс

21. Придумать игру типа «пятнашек» или «месяцев» (12 шариков ходят по кругу, один может уезжать в центр, надо расставить в определённом порядке). Построить компьютерную модель, а затем механизм. 7-8 класс

22. Построить многочлен с целыми коэффициентами, имеющий корень x = 2 + 3 .

Построить многочлен наименьшей степени, обладающий этим свойством.

Обобщить на случай суммы трёх корней. 8-9 класс

23. Как восстановить многоугольник по серединам его сторон? Единственно ли решение? А если рассматривать также невыпуклые многоугольники? А если поделить стороны в отношении 1:a? 8-9 класс

24. Найти центр тяжести: треугольника, в вершинах которого тяжёлые шарики; проволочного треугольника; картонного треугольника. Обобщить на многоугольники. 8-9 класс

25. Параллелограмм разбивается диагоналями на 4 равновеликих треугольника. Верно ли обратное? Тот же вопрос для ромба и периметров. Обобщить на шестиугольники. 8-9 класс

27. Тетраэдр – пространственный аналог треугольника. Найти для тетраэдра аналоги биссектрис, медиан, высот треугольника. Изучить их свойства. 8-9 класс

28. Сколько осей симметрии может быть у n-угольника? Может ли многоугольник иметь: две параллельные оси симметрии; ровно две пересекающиеся оси; конечное число осей симметрии; бесконечно много осей симметрии; конечное число центров симметрии; бесконечно много центров симметрии; центр симметрии и ровно одну ось симметрии? Как связано наличие у многоугольника двух осей симметрии с

наличием центра симметрии? Какие ответы изменятся, если вместо многоугольников рассматривать общий случай фигур на плоскости? Обобщить на пространство (центры, оси и плоскости симметрии; многогранники и объёмные фигуры). 8-9 класс29. Гиппократовы луночки. На рисунке площадь фигуры EHBG равна площади

треугольника ABE. При каком ещё положении точки E площадь EHBG рационально выражается через площадь ABE? 8-9 класс

33. На плоскости заданы три неколлинеарных направления и шаги по каждому из них. Как дойти до данной точки при этих условиях за наименьшее число шагов? 9-10

класс

34. Исследовать возможные варианты взаимного расположения двух прямых в пространстве (трёх, четырёх…). Сколько у них может быть общих точек, общих плоскостей? 10 класс

35. Какими свойствами обладает тетраэдр, если его грани – равные треугольники (подобные треугольники, равновеликие, равного периметра)? То же для октаэдра. 10 класс

37. Разложение средних. Дано натуральное число, надо понять, для скольких пар натуральных чисел оно является а) средним арифметическим, б) средним геометрическим, в) средним квадратичным, г) средним гармоническим. Методы: упорядоченный перебор, комбинаторика, численный эксперимент.

38. Минимумы в многоугольниках. Дан четырёхугольник, надо понять, для какой точки в его плоскости сумма расстояний до вершин будет наименьшей. Обобщить на треугольники, пятиугольники и т.д. Методы: неравенство треугольника, геометрический эксперимент, вычислительная математика+программирование.

39. Цепные дроби. Дана обыкновенная дробь, надо разложить её в цепную, понять свойства приближений, зависимость длины цепной дроби от числителя изнаменателя. Методы: вычислительная математика+программирование, арифметика.

41. Симметрии восьмигранников. Придумывать восьмигранники и смотреть, переходят ли они в себя при вращении вокруг каких-то прямых. Методы: ножницы, клей, созерцание.

42. Классификация дробно-квадратичных функций. Исследовать какие типы графиков могут получиться, если в числителе и в знаменателе – квадратичные функции. Методы: теорема Виета, построение графиков.

43. Полуправильные шестиугольники. Это шестиугольники, у которых стороны равны через одну и углы равны через один. Исследовать свойства правильных шестиугольников.

45. Два игрока по очереди бросают кубик. Первый результат игрока заносится по его выбору в один из разрядов двузначного числа, а второй – в оставшийся. Выигрывает тот, у кого получилось большее число. Найти оптимальную

стратегию. Обобщить на трёхзначные числа, на трёх игроков.

**Приложение 15**

 В.В. Сериков предлагает следующие типы задач с практическим содержанием.

1. Задачи в контексте практико-преобразовательной деятельности человека: политехнические, технико-прикладные, проективные, экспериментально-измерительные, моделирующие, расчетно-монтажные. Сюда же могут быть отнесены задачи, связанные с различными сферами производства, видами техники, предметами и орудиями труда, материалами и технологиями, эргономикой и характеристиками деятельности человека. Пример: Строительная фирма решила построить многоквартирный жилой дом прямоугольной формы. Одним из самых важных условий при постройке нового дома всегда было правильно разметить углы. Но как получить прямой угол?

2. Задачи, имитирующие научно-познавательную деятельность человека: проблемно-поисковые задачи, основанные на реальном и мысленном эксперименте. К этой группе мы относим также задачи, связанные с нестандартными вариантами решений ("олимпиадные"), с некорректным заданием условий, когда для решения задачи требуется предварительный поиск законов, соответствующих проблеме представленной в задаче, или самостоятельное построение адекватной модели. Ценность таких задач состоит в том, что они позволяют ученику целостно представить процесс научно-исследовательской деятельности, его эмпирические и теоретические компоненты. Примером может служить задача: есть обычный винтовой самолёт, который стоит на длинном конвейере. Самолёт начинает движение, а конвейер работает по принципу комнатной беговой дорожки (человек бежит по ней, оставаясь на месте относительно пола): чем быстрее вращаются колёса на шасси самолёта, тем быстрее движется лента конвейера. Сможет ли взлететь самолёт? (трением в шасси и конвейере можно пренебречь).

3. Задачи с элементами ценностно-ориентационной деятельности. В строгом смысле ценностно-ориентационная деятельность является прерогативой гуманитарных наук. Однако задачи по этим предметам тоже могут касаться некоторых фундаментальных ценностей человека. Среди таковых: проблемы безопасности жизнедеятельности и здоровья человека, вопросы экологии и охраны окружающей среды, задачи в виде мысленных экспериментов, приводящие к методологическим и мировоззренческим выводам. В таких задачах возможно представление крупных научных проблем, решавшихся в различные исторические эпохи. В современном естественнонаучном познании все чаще ученые сталкиваются с ситуацией, когда поиск истины оказывается тесно связан с нравственными проблемами. Приведем конкретный пример: после Чернобыльской аварии в окружающую среду были выброшены йод, цезий, стронций, плутоний. Активность йода равна 1,8 ЭБк, [цезия](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A6%D0%B5%D0%B7%D0%B8%D0%B9-137) на 1,715 ЭБк меньше чем йода и на 0,075 больше чем стронция, активность плутония в 600 раз меньше чем йода. Найдите суммарную активность веществ, выброшенных в окружающую среду после аварии.

4. Задачи, связанные с коммуникационными потребностями человека. Связи человека с другими людьми имеют не только социально-психологическую, но и естественнонаучную основу. Проблемы связи, передачи сообщений, телекоммуникаций и радиокоммуникаций, физических основ радиоэлектроники и информатики; проблемы передачи вещества, энергии, информации; вопросы свойств пространства и времени, перемещений и траекторий ‑ все это органично связано с жизнедеятельностью человека. История знает много случаев, когда интеллектуальные усилия математиков высшей квалификации в буквальном смысле слова спасали человечество. Примером такого вида задач может служить задача о перевозках по кольцевым маршрутам: На некоторых объектах находятся склады медикаментов, на других – аптеки, куда нужно доставить товар. На схеме 2 указаны запасы единиц товара на складах (со знаком +) и потребность в нем (со знаком -). Необходимо составить наиболее экономный план перевозок, чтобы удовлетворить потребности аптек, перевозя как можно меньше единиц медикаментов.

 +250

- 70

+ 150

- 40

- 50

- 130

- 50

+ 50

- 110

Схема 2 – Схематичный план размещения торговых точек и складов с медикаментами

5. Задачи, связанные с художественной деятельностью человека: физико-химические и биологические основания эстетических феноменов природы, красота оптических эффектов, физические основы различных художественных сфер: живописи, театра, кино, телевидения, музыки. Физические и технологические основы современных эффектов в сфере искусства: голографии, мультимедиа, виртуальной реальности. Например, на рисунке 1 изображены длительности звучания нот.

Рис. 1 – Длительности звучания нот

Необходимо посчитать в произведении, изображенном на рисунке 2, длительность звучания одного такта и определите длительность звучания данного произведения.



Рис. 2 – Русская народная песня “Во поле береза стояла”

6. Спорт и физические возможности человека. Спортсмен пробегает за первый день 2 км, каждый последующий день он увеличивает норму пробега на 50 %. Определите через сколько дней норма пробега может стать более 50 км.

7. Физика, химия, геометрия, дизайн в обеспечении эстетических свойств жилья и среды обитания человека. Примером может служить задача о ремонте: у вас есть коробка с декоративной плиткой. На первый взгляд плитки должно было хватить на бордюр в двух комнатах. Но вдруг у вас возникла проблема. Когда вы попробовали сделать бордюр шириной в две плитки, одна плитка оказалась лишней. То же самое произошло и тогда, когда вы попытались уложить полоски шириной в три, четыре, пять, шесть плиток. И только когда вы положили по семь плиток в каждый угол, все сошлось. Плиток как раз хватило и не осталось одной лишней. Какое наименьшее количество плиток могло лежать в найденной коробке?

Задачи практического характера целесообразно использовать в процессе обучения для раскрытия многообразия применений математики в жизни, своеобразия отражения ею реального мира и достижения таких дидактических целей как:

мотивация введения новых математических понятий и методов;

иллюстрация учебного материала;

закрепление и углубление знаний по предмету;

формирование практических умений и навыков.

Задачи с практическим содержанием можно применять на различных этапах урока. Использование задач как средства мотивации знаний неоднозначно. Чтобы не возникало трудностей, задачи с практическим содержанием должны быть подобраны так, чтобы их постановка привела к необходимости приобретения учащимися новых знаний по математике, а приобретенные под влиянием этой необходимости знания позволили решить не только поставленную задачу с практическим содержанием, но и ряд других задач прикладного характера. Для создания проблемной ситуации можно использовать и отдельные фрагменты задач с практическим содержанием, а задачи в целом рассмотреть на уроках обобщения и систематизации знаний. Использование задач проблемного характера обеспечивает более сознательное овладение математической теорией, учит школьников самостоятельному выполнению учебных заданий, приемам поиска, исследования и доказательства, основным мыслительным операциям.