Решения задач

Приведенные баллы и схема оценивания – приблизительные, жюри может их менять по своему усмотрению. В случае возникновения вопросов либо замечаний по задачам обращайтесь по телефону +375 29 257 08 09.

1. **(10 баллов за задачу)**

а) (2 балла) Капелла и Ригель. Да, в Орионе самая яркая в визуальном диапазоне звезда – не Бетельгейзе (α), а Ригель.

б) (3 балла) Наилучшее условие для наблюдения обеих звезд – это момент их верхней кульминации. Поэтому нам необходимо, чтобы для наблюдателя обе звезды не относились к невосходящим. Поэтому потребуем, чтобы высота Капеллы и Ригеля в верхней кульминации была больше 0 и получим таким образом тот диапазон широт, где обе звезды могут наблюдаться (Капелла при этом будет кульминировать на севере, а Ригель – на юге).

$$\begin{cases} 90° - \varphi + \delta_{\text{Р}} > 0 \\ 90° + \varphi - \delta_{\text{К}} > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 90° - \varphi - 8°11' > 0 \\ 90° + \varphi - 46°01' > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \varphi < 81°49' \\ \varphi > -43°59' \end{cases}$$

Таким образом, обе звезды одновременно можно наблюдать на всех широтах от $43°59'$ ю. ш. до $81°49'$ с. ш.

в) (5 баллов) Самый простой вариант решения задачи – воспользоваться звездным временем, выразив его через часовой угол и прямое восхождение как звезд, так и Солнца (часовой угол звезд в верхней кульминации равен 0):

$$\alpha_* + t_* = \alpha_\odot + t_\odot,$$

$$5^h17^m + 0^h = 18^h + t_\odot,$$

Отсюда часовой угол Солнца равен $t_\odot = -12^h43^m = 11^h17^m$. Теперь вспомним, что истинное солнечное время отличается на 12^h от часового угла Солнца. Следовательно, $T_\odot = 23^h17^m$. Посмотрев по графику, что уравнение времени составляет $\eta = -2^m$ и переведя долготу Минска в часы и минуты (1^h50^m), получим:

$$T_{\text{Б}} = T_\odot + \eta - \lambda + n = 23^h17^m - 0^h02^m - 1^h50^m + 3^h = 0^h25^m.$$

Естественно, ответы участников могут отличаться от авторского на пару минут из-за погрешностей в определении уравнения времени.

2. **(10 баллов за задачу)**

а) (2 балла) Большая полуось орбиты составит $a = (1{,}67 + 0{,}98)/2 = 1{,}325$ (а. е.). Тогда можно воспользоваться третьим законом Кеплера:

$$T = \sqrt{a^3} = 1.53 \text{ года}.$$

б) (3 балла) Рассчитаем скорость “Теслы” в перигелии:

$$v_{\text{п}} = \sqrt{GM_{\odot}\left(\frac{2}{r_{\text{п}}} - \frac{1}{a}\right)} = 33{,}9\ \text{км/с}.$$

Теперь рассчитаем скорость Земли:

$$v_{\oplus} = \sqrt{\frac{GM_{\odot}}{a_{\oplus}}} = 29{,}9\ \text{км/с}.$$

Поскольку в случае гомановской орбиты скорости будут сонаправленными, то скорость сближения с Землей составит 4,0 км/с. За данное значение скорости выставляется полный балл.

На самом деле, это не окончательный ответ. Некоторые участники олимпиады могут еще оценить ускорение автомобиля в поле притяжения Земли, воспользовавшись законом сохранения энергии. Для этого необходимо будет приравнять полную механическую энергии «Теслы» на бесконечности и у поверхности Земли (как вариант – на высоте около 100 км, где машина непременно сгорит). Тогда получится, что скорость столкновения будет равна 11,9 км/с (11,8 в случае с учетом высоты атмосферы). Если участник олимпиады произвел эти расчеты, дополнительно выставляется **3 балла**.

в) (4 балла) Чем больше площадь сечения объекта, тем больше солнечного света он будет перехватывать. И, следовательно, тем больше его он будет рассеивать по всем направлениям. Поэтому можно считать, что яркость автомобиля будет пропорциональна площади его сечения. Эту площадь каждый может попытаться оценить по-своему. К примеру, заменим “Теслу” шаром диаметром 3 метра – это даст нам оценку сверху, так как реальная площадь сечения тела будет меньшей. Тогда сравним площадь сечения “Теслы” с площадью сечения Марса, используя формулу Погсона (не забываем, что отражательная способность обоих тел по условию задачи одинакова):

$$\lg\frac{E_T}{E_M} = \lg\frac{R_T^2}{R_M^2} = 0{,}4(m_M - m_T).$$

Подставляя размеры тел, получаем $m_T \approx 29^m$.

г) (1 балл) Это слишком слабый объект. Теоретически он был бы доступен для того же «Хаббла» (рекорд телескопа составляет $30^m \dots 31^m$), однако для получения такого результата требовались экспозиции длиной в целую неделю. За это время «Тесла» значительно сместится на небе и не оставит следа на матрице.

3. (14 баллов за задачу)

а) (3 балла) Расстояние до системы оценим по параллаксу: $r = 1/\pi = 1{,}30$ пк. Тогда время полета составит $t = r/v = 5{,}72 \cdot 10^6$ лет. Единственная сложность в задаче – это перевод различных единиц измерения. Но вдумайтесь только в цифру: быстрые современные самолеты будут лететь до Проксимы почти 6 миллионов лет! И это без учета того, что за это время сама Проксима успеет сместиться куда-то еще дальше. Действительно, расстояния в космосе трудно даже представить себе.

б) (1 балл) Красный карлик.

в) (3 балла) Вначале найдем болометрическую абсолютную величину звезды и ее светимость:

$$M = m + 5 - 5\lg r = 11{,}7^m,$$

$$L = L_{\odot} \cdot 10^{0{,}4(M_{\odot} - M)} = 0{,}0017\ L_{\odot}.$$

г) (2 балла) Радиус выразим из формулы:

$$\frac{L}{L_{\odot}} = \left(\frac{R}{R_{\odot}}\right)^2 \left(\frac{T}{T_{\odot}}\right)^4,$$

$$R = R_\odot \left(\frac{T_\odot}{T}\right)^2 \sqrt{\frac{L}{L_\odot}} = 0{,}15\ R_\odot.$$

Как видим, это действительно карлик.

д) (2 балла) Воспользуемся III законом Кеплера, обобщенным Ньютоном:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{a^3}{GM}} = 11{,}6\ \text{суток}.$$

е) (3 балла) Приравняем количество энергии, получаемое планетой за секунду, количеству энергии, отдаваемому за счет теплового излучения. Указанный выше коэффициент отражения 30% обозначим буквой A (этот параметр называется альбедо). При этом не будем забывать, что планета «перехватывает» излучение своим сечением, а излучает всей поверхностью шара.

$$\frac{L}{4\pi a^2}\pi R^2(1 - A) = 4\pi R^2\sigma T^4,$$

$$T = \sqrt[4]{\frac{L(1 - A)}{16\pi a^2\sigma}} = 231\ K.$$

Это вполне неплохой результат. Даже без учета атмосферных эффектов вблизи экватора планеты, скорее всего, температура будет подниматься выше 0 по Цельсию. Т. е. можно считать, что планета находится внутри зоны обитания и на ней потенциально могла бы существовать жизнь. Если бы не одно «но»: смертоносные вспышки на поверхности Проксимы Центавра.

4. (13 баллов за задачу)

а) (0,5 балла за каждый объект) 1 – Капелла, 2 – Регул, 3 – Процион, 4 – Бетельгейзе, 5 – Луна, 6 – Марс, 7 – Сириус. Участники олимпиады должны хорошо ориентироваться в текущей картине неба и знать, где сейчас находятся яркие планеты. А увидев крайне яркий объект под номером 5 и помня, что тут нет ни планет, ни ярких звезд, должны догадаться, что это может быть только Луна.

б) (0,5 балла за каждое созвездие) 1 – Возничий, 2 – Лев, 3 – Малый Пес, 4 – Орион, 5 – Телец, 6 – Рыбы, 7 – Большой Пес.

в) (0,5 балла за каждый объект) Плеяды, Гиады, h и χ Персея, Туманность Ориона, Туманность (галактика) Андромеды, скопление Ясли («Улей», M 44) – всего 6 объектов. Однако участники олимпиады могут добавить еще несколько объектов, которые формально ярче 6-й величины (например, скопление M 35), однако в силу своей протяженности глазом не видны. В таком случае следует засчитать и их, поставив дополнительные баллы.

г) (3 балла) Солнечные и звездные сутки различаются на 4 минуты (точнее, на 3^m56^s). Следовательно, любая звезда каждый день будет восходить и кульминировать на 3^m56^s раньше, чем вчера. Чтобы такая картина неба наблюдалась в 21:00, необходимо, чтобы подобное начало случаться на 7 часов 20 минут раньше. $7^h40^m/3^m56^s = 117$. Значит, необходимо подождать 117 суток. Это будет соответствовать дате 27 февраля. Естественно, допускается отклонение полученных ответов от этого значения на ±5 суток.

Всего 47 баллов за олимпиаду