Отдел образования Молодечненского райисполкома

Государственное учреждение образования

«Гимназия – колледж искусств г. Молодечно»

**Проблемные методы обучения в**

**преподавании математики**

 Пономарёва С.В.

 учитель математики

*Знания – дети удивления и любопытства. Луи де Бройль*

 Учебный предмет ”Математика” уникален в деле формирования личности. Образовательный, развивающий потенциал математики огромен. Не случайно ведущей целью математического образования является интеллектуальное развитие учащихся, формирование качеств мышления, необходимых человеку для полноценной жизни в обществе. Математика выступает именно как предмет общего образования, который позволяет наделять подрастающего человека способностями, необходимыми для свободной и безболезненной адаптации его к условиям жизни в современном обществе.

Развивает и формирует ученика не столько само знание, сколько метод его приобретения. Если учебная деятельность протекает только в рамках воспроизведения усвоенных знаний, то это не способствует развитию человека.Обучение школьников ставить вопросы (проблемы) –  важнейший  фактор роста качества обучения, средство подготовки к творчеству, труду.

 Уровень развития  умственных способностей всегда определяет способность правильно мыслить, достигать успехов в  решении проблем.
Задача учителя научить школьника не только понимать, но и мыслить.
Для этого надо развивать способности школьников. Это развитие обеспечивает возможность самостоятельно овладевать знаниями. Но умственная деятельность должна быть, прежде всего, мотивирована. Необходимы аргументы средства, побуждающие школьника активно действовать на уроке. Как известно, проблемой называют задачу, которую невозможно разрешить с помощью известных знаний и способов действий. Она обычно выглядит как противоречие, возникающее в ходе развития познания. Многие педагоги суть проблемного обучения видят в противоречии между знаниями и отсутствием необходимых знаний. Но тогда возникает вопрос: «Каков путь от незнания к знанию?».  Если он лежит через заучивание, то здесь и проблемы нет. Но если для усвоения нового материала необходимы самостоятельные поиски, связанные с исследованием предметов и явлений, с выявлением их связей, изменений, то есть возникает проблемная ситуация, то здесь требуется напряжение умственной деятельности.

**Можно выделить три группы проблемных ситуаций:**

А. Познавательные (теоретическое мышление);

Б. Оценочные  (критическое мышление);

В. Организаторско-производственные  (практическое мышление).

 Познавательные проблемы решаются сравнением, выдвижением гипотез, предположений и т.д. В результате появляются новые законы и выводы в науке, новые понятия…

 Оценочные проблемы требуют критической оценки предметов и результатов труда. Решение организаторско-производственных проблем связано с поиском путей различных положительных изменений окружающей действительности и способствует развитию практического мышления, а также ведёт к поиску применения знаний на практике.

Рассмотрим подробнее некоторые ситуации.

**А. Познавательные (теоретическое мышление);**

а) На каждом уроке возможно привлекать учащихся к самостоятельному определению понятий. На основании наблюдений, описаний ученики выделяю существенные признаки предмета или явления. Например, учащиеся усвоили понятие «прямоугольник» и переходят к изучению квадрата. Необходимо определить понятие «квадрат». На доске учитель нарисовал несколько  квадратов разных по размерам,  положению, по цвету. Нужно установить, что общего во всех этих фигурах, дать определение понятия «квадрат». После многократного повторения этот приём закрепляется в сознании школьника как способ определения понятия, как средство познания окружающей действительности.

б) Главное в решении познавательной проблемы – привлечь школьников к решению данной проблемы, заинтересовать их новой деятельностью.

в) Сравнение.   Иногда сравнение выступает как самостоятельная проблема: сравни геометрические фигуры и т. д. Сравнение помогает глубже понять предметы и явления. С помощью сравнения устанавливается  сходство и различие предметов и явлений по определенным признакам.

г) Наиболее сложная познавательная проблема, которую решают ученики на уроке, это выдвижение обоснованных гипотез. На основании имеющихся сведений  ученики должны сделать обоснованные предположения. В процессе выдвижения гипотез важно научить школьников обосновывать предположения, обращать внимание на существенность, достаточность аргументов, из которых вытекает предположение. Чем твёрже, глубже обосновано предположение, тем ближе оно к истине.

**Б.** **Оценочные  (критическое мышление);**

Основная цель организации оценочных проблемных ситуаций – развитие критического мышления учащихся. Нет такой области жизни, где бы не приходилось оценивать предметы и явления. Умение правильно, критически мыслить необходимо всем людям.Обычно на уроке учащимся приходится опровергать ложные суждения. В процессе этой работы они должны проявить высокую наблюдательность и путём сопоставления найти ошибку.

Примеры заданий:

* равным наклонным соответствуют равные наклонные;
* если произведение двух чётных чисел чётное число, то и сумма этих чисел чётное число;
* биссектриса угла в равнобедренном треугольнике есть одновременно его высота и медиана;
* в цветочном магазине продавали 67 роз. Красных было на 4 больше, чем белых. Сколько было красных и белых роз отдельно?

 Как правило,  учителя предлагают учащимся задания, в которых ошибки исключаются. В результате у школьников вырабатывается абсолютное доверие сообщениям, указаниям, заданиям. Чтобы этого избежать. Необходимо развивать у школьников способность к анализу, умению находить ошибки и обосновывать их. Прививать школьникам эти навыки надо постепенно:  сначала научить определять суждение, в котором имеется ошибка, затем подбирать аргументы, опровергающие ошибки и, наконец, развёрнуто и   последовательно строить опровержение. Опровергнуть суждение – значит установить его ложность; приводимый аргумент должен точно соответствовать логическим законам, правилам. Учитель использует различные приемы для поиска ошибок: взаимопроверка, рецензирование и диспут.

**В.** **Организаторско-производственные  (практическое мышление).**

Учебные организаторско-производственные ситуации способствуют подготовке учащихся к активной  деятельности в производстве, развивают практическое мышление, учат находить выход из возможных трудных положений. На уроках по различным предметам можно и необходимо готовить учащихся  к труду, к  выбору профессии, учить решать проблемы, которые возникают в процессе практической деятельности. Знания учащихся становятся более глубокими и прочными, обогащаются новыми фактами.

 Объяснение нового материала является эффективным, если содержание передаваемой информации и форма её подачи обеспечивают необходимую активность учащихся,  и от того, как учитель организует объяснение, во многом зависит качество их  знаний . Нередко при изучении геометрии параграф начинается сразу с определения или формулировки теоремы, поэтому учителю самому приходится продумывать вводные замечания, связывать данную тему с предыдущей, создавать проблемные ситуации, подыскивать материал, который бы заинтересовал учащихся. Например, урок, посвящённый трапеции, можно начать сразу с определения, а можно начать так:

«Приходилось ли вам слышать слово «трапеция» раньше? Знаете ли вы, что оно означает? Сегодня на уроке мы узнаем, какая фигура в геометрии называется трапецией и каковы её свойства». А можно начать урок с изображения на доске различных выпуклых четырёхугольников. Среди них известные ребятам параллелограмм, прямоугольник, квадрат, ромб и  новый четырёхугольник (трапеция). Учащимся предлагается назвать их и дать  определение, а неизвестный четырёхугольник назвать « трапецией»  и  попросить учащихся дать самим определение (учащиеся должны **увидеть**  параллельность  только двух сторон).

 Несколько иначе приходится начинать урок, на котором доказывается теорема. Возьмём урок «Теорема Пифагора». Начать можно с исторических сведений, рассказать о Пифагоре, а уж затем перейти к доказательству самой теоремы. Изложение исторического материала занимает немного времени и способствует повышению интереса к изучаемой теме. И всё же наиболее целесообразным является вариант, предусматривающий создания проблемной ситуации: «Рассмотрим задачу. В прямоугольном треугольнике катеты равны 4 и 3 сантиметра. Чему равна гипотенуза этого треугольника?»  Потом продолжаем: «Пока вы не можете решить такую задачу. Это не удивительно,  так как для её решения необходимо знать очень важную теорему, с которой мы и познакомимся».

 Предлагая учащимся задачу, решение которой возможно только с применением теоремы Пифагора, мы тем самым ставим проблему, как найти гипотенузу, зная катеты треугольника. Благодаря созданной проблемной ситуации, восприятие нового материала делается осознанным, целенаправленным, что способствует его глубокому усвоению.
 Проблемную ситуацию можно создать, например, при построении биссектрисы угла, делении отрезка пополам и т.д.
 Проблемное обучение эффективно способствует формированию у учащихся математического склада мышления, появлению интереса к предмету, прививает навыки исследовательской работы и желание самостоятельно решать возникшие ситуации. Из опыта работы предлагаются **некоторые способы организации начала урока:** 1. Предлагается задача, которая решается  только с опорой на жизненный опыт ребят, на их смекалку.2. Даётся задача на тренировку памяти, наблюдательности, на поиск закономерностей по материалу, хорошо известному школьникам.
3. На доске записаны уравнения и ответы к ним, среди которых есть как верные, так и неверные. Предлагается проверить их. 4. На доске дан чертёж к сложной задаче и осуществляется коллективный поиск её решения.5. Ребята изображают некоторую геометрическую фигуру и проводят небольшую исследовательскую работу по определённому плану.
6. Обсуждаются различные способы решения задачи заданной на предыдущем уроке. Эта задача, решение которой требует исследовательской работы, должна быть необычной, интересной, но доступной для всех учащихся.7. Если на дом было дано творческое задание, то урок надо ачинать с представления наиболее удачных работ. 8. Рассматривается некоторая математическая проблема, которая ещё не обсуждалась в классе. Ученики намечают план её решения.

В заключении хотелось бы отметить, что работа на уроке по технологии проблемного обучения способствует развитию мыслительных способностей учащихся, вовлекает их в активную самостоятельную деятельность, поиску информации, в результате чего происходит творческое овладение проффесиональными знаниями, воспитывает активную личность, учит учащихся не пасовать перед проблемами, а решать их, повышает интерес к предмету. Данная технология является здоровьесберегающей, так как на уроке создаётся комфортная среда, ведь на уроке разрешается ошибаться, заблуждаться, а затем есть возможность исправить свои ошибки.

 Закончить работу хочется словами Г.К. Селевко «Только та технология даст необходимый результат, которая одухотворена её главным автором – Учителем».

ПРИЛОЖЕНИЕ

**ПРИМЕРЫ УРОКОВ, НА КОТОРЫХ ИСПОЛЬЗОВАЛСЯ МЕТОД ПРОБЛЕМНОГО ОБУЧЕНИЯ.**

**Урок 1. Тема: «Формула корней квадратного уравнения»**

**Учитель:** Вы знаете, что математика одна из древнейших наук. В Древней Индии были распространены публичные соревнования по решению трудных задач. Задачи часто представлялись в стихотворной форме. Вот одна из таких задач:

Обезьянок резвых стая
Всласть, поевши, развлекалась.
Их в квадрате часть восьмая
На поляне забавлялась.
А двенадцать по лианам
Стали прыгать, повисая…
Сколько ж было обезьянок,
Ты скажи мне, в этой стае?

 Далее по тексту задачи составляется уравнение. При этом учащиеся могут допустить сами или учитель может спровоцировать следующую ошибку: .  После проверки окончательно получаем уравнение . Это уравнение вида  *ax*2 + *bx* + *c* = 0. Далее выясняется. Почему оно называется квадратным, являются ли квадратными уравнения вида   *ax*2 + *bx* = 0,   *ax*2 + *c* = 0, *bx* + *c* = 0.
Возникает проблема,  как решать такие уравнения?
Затем рассматриваются предлагаемые учащимся пути решения неполных квадратных уравнений, предпринимаются безуспешные попытки решения полного уравнения   , записанного в общем виде  *ax*2 + *bx* + *c* = 0.
Вынесение общего множителя *x*(*ax* + *b*) + *c* = 0 по аналогии с решением уравнения  *ax*2 + *bx* = 0, или перенос свободного члена *ax*2 + *bx* =  – *c*  по аналогии с уравнением *ax*2 + *c* = 0 не приносят желаемых результатов. Все попытки решения обсуждаются. Если ученики высказывают сомнение можно ли решить эту задачу вообще, учитель предъявляет им уравнение , которое ребята способны решить и в котором после проведённых преобразований «узнают»  исходное уравнение. Один из вариантов решения предлагает учитель. Он сообщает, что в древности, когда геометрия была более развита. чем алгебра . такие уравнения решали не алгебраически, а геометрически. Вот, например, как древние решали уравнение  .

Рассмотрим рисунок 1.

*Рисунок 1*

Решение представлено на этом рисунке. Это решение следует сопроводить записями: *y* + 3 = 5, откуда  *y* = 2.
*y* + 3,  как в уравнении  *y* + 3 = 5  появляется число 5; что сделано с обеими частями уравнения; где на рисунке добавленное  к обеим частям равенства число 9; является  ли число   – 8 корнем исходного уравнения; в ходе  какой  операции потерян этот корень; почему древние греки  были обречены его потерять?

Затем выясняется, что выражение *y*2 + *y* + 9  и  16 + 9  геометрически представляют собой один и тот же квадрат, а исходное уравнение и уравнение  *y*2 + 6*y*  – 16 + 9 – 9 = 0  – одно и то же уравнение, откуда и получаем, что *y* + 3 = ±5.
Далее учитель выделяет новую проблему: как изобразить ситуацию геометрически, если второй коэффициент в уравнении отрицателен? Например, пусть уравнение имеет вид
*y*2 – 6*y* – 16 = 0.
По аналогии с рассмотренной выше ситуацией, на рисунке появляются квадраты со сторонами *y*  и *y* – 3. Если учащиеся, исходя из рисунка 2, предлагают рассмотреть равенство
*y*2 = (*y* – 3)2 + 6(*y* – 3) + 9, то после преобразований получим 0 = 0. На вопрос, почему последняя запись не позволила продвинуться в решении уравнения, следует ответ, что эта запись – алгебраическое тождество и в нём не использовано условие, что *y*2 – 6*y* – 16 = 0. Преобразуя последнее равенство, получаем *y*2 – 6*y* = 16. На рисунке 2 находим «изображение» выражения  *y*2 – 6*y*, и обращаем внимание, что в нём из площади квадрата со стороной  *y* два раза вычитается площадь квадрата со стороной 3.

*Рисунок 2*

Значит, если к выражению *y*2 – 6*y* прибавить 9, то получим площадь квадрата со стороной  *y* – 3.
Заменяя выражение *y*2 – 6*y* равным ему числом 16, получим  (*y* – 3)2  = 16 + 9, т.е. *y* – 3 = ±  = ± 5.
Далее возникает очередная подпроблема:  как представить рассмотренные  решения квадратных уравнений в краткой алгебраической форме, обоб щив геометрические решения.
В результате такого обобщения получаем метод выделения полного квадрата.

 Приведенный пример удовлетворяет всем требованиям проблемного обучения:

а) изучение темы начинается с ситуации невозможности решить практическую задачу,        обнаруженную в старинных рукописях.
б) проблема разбивается на ряд подпроблем.
в) решению проблемы способствует рассмотрение истории решения квадратных уравнений.
г) на уроке показаны два способа решения уравнения – геометрический и алгебраический.
д) в беседе рассмотрен ряд гипотез, не приведших к решению и ошибочные шаги.
е) исторический материал естественно  «вплетается» в содержание урока, делая его живым и занимательным.

**Геометрия 10класс Тема: «Построение сечений многогранников»**

**Цель:** В ходе урока сформировать у учащихся представление о секущей плоскости многогранника, сечении многогранника, способах построения сечения, умение записывать построенное сечение.

 Закрепить умение строить точку пересечения прямой и плоскости, линию пересечения плоскостей, свойства многогранников, аксиомы стереометрии, следствия из них.

 Развивать пространственное воображение учащихся посредством использования моделей и чертежей многогранников.

 Способствовать развитию самостоятельности мышления, умению формулировать определения, составлять алгоритм.

 Воспитывать аккуратность при выполнении чертежей, эстетический вкус, чувство товарищества при работе в парах и группе.

Методика проведения урока

1.Постановка проблемы.

 Классу даётся задание, с которым ученики до настоящего времени не сталкивались. Не зная метода её решения, ученики испытывают затруднение и решают её по аналогии с предыдущими, не замечая в этом подвоха. В результате периметр сечения найден неправильно, так как не верно построено сечение. Используется приём «яркого пятна» -демонстрация на модели сечение многогранника плоскостью.

2.Решение проблемы в группах

 Обсуждение вопросов и ответов, выбор верных, под руководством учителя.

3.Проверка правильности решения .

Возвращение к нерешённой задаче и решение её.

4.Выражение решения.

 Решение типовых задач на построение сечений и вычисление, составление алгоритма.

5.Постановка новых проблем.

 Возможность другого расположения точек на многограннике.

Ход урока.

1.Проверка домашнего задания.

№ 22, №24 ( фронтально)

№18, №21 (по рисункам на доске)

2.Новая тема.

Вступление учителя.

-Мы изучили основные понятия стереометрии, многогранники, как фигуры, изучаемые в стереометрии, аксиомы и следствия из них. Научились решать задачи на нахождение поверхностей многогранников, задачи на построение прямых пересечения плоскостей, точки пересечения прямой и плоскости. Сегодня мы применим эти знания для решения одной из важных задач стереометрии. Какой, я думаю, вы её назовете сами.

 Мы знакомы с тремя способами задания плоскости. Вам предлагается следующая задача-

«Найти периметры фигур, полученных при пересечении многогранников плоскостями, проходящими через……Все рёбра равны 1»

На доске нарисованы чертежи многогранников. У каждого из вас есть такие же рисунки. Работаем в группах( 4 человека)

Проверка ответов, диалог с учениками:

-Почему при решении задачи №4 вы испытали затруднение?

-Как в математике называется общая часть двух множеств?

-Перефразируйте условие задачи.

-Какая общая схема прослеживается при решении данных задач?

-Так как вы испытали затруднение при решении задачи №4 ,то тема нашего урока «Построение сечений многогранников».

-Как бы вы сформулировали цели урока?

1.Определить понятие сечения.

2.Научиться строить сечение.

3.Научиться записывать этапы построения.

4.Опренделять вид сечения.

Мотивация: Построение сечений одна из основных задач стереометрии. С данными задачами вы будете сталкиваться на протяжении всего курса стереометрии, решая параллельно задачи на вычисление.

 Для раскрытия темы ученикам предлагается обсудить в группах следующие вопросы:

1.Какую плоскость назовём секущей?

2. Что называется сечением многогранника?

3.Какие задачи на построение вам приходится решать при построении сечений?

4.Какие многоугольники могут получаться в сечении?

Выслушиваются все ответы групп, выбирается лучший, ответы записываются в рабочие тетради.

3.Закрепление.

Решение задач на построение сечений из учебника Шлыкова В .А.№1, №5 (чертежи заготовлены заранее)

-Возвращение к задаче №4

 а) ребята строят сечение.

 б) учитель записывает на доске образец записи построения.

 в) учащиеся решают задачу на нахождение периметра сечения.

-Таким образом, мы с вами решили одну из важных задач «Построение сечений многогранников».А теперь я объявляю конкурс на лучший алгоритм, которым можно руководствоваться при построении сечений. (Ученики составляют алгоритмы, выбирается лучший, записывается в тетрадь.)

Алгоритм

1.Соеденить точки отрезками, если они лежат в одной плоскости.

2.Найти, если необходимо, вспомогательные точки.

3.Соеденить, найденные точки, на рёбрах многогранника.

4.Записать построение.

5.Определить вид сечения.

6.Решить, если нужно, вычислительную задачу.

. 4.Домашнее задание

№6, 9 (построение сечений)

№4, 8, 11, 12 (вычислительные задачи) п.4.

Дополнительное задание: Придумать задачи на построение сечения по трём точкам в четырёхугольной пирамиде, чтобы в сечении был: а) треугольник, б) четырёхугольник, в) пятиугольник.

Спасибо за урок!