**Государственное учреждение образования**

**«Каменская средняя школа»**

**Нахождение области значений функции**

 Подготовила Шакурина Г.В.,

 учитель математики

**2023 г.**

 Данная тема имеет практическое значение. В школьном курсе математики изучается тема “Область значения функции”. Такие задачи обязательно содержатся в заданиях различных математических тестов, в частности в заданиях ЦТ. Результаты работы можно использовать на уроках и дополнительных занятиях при подготовке учащихся выпускным и вступительным экзаменам, при самостоятельной подготовке учащихся по данной теме.

 Для успешного нахождения множества значений функции надо хорошо знать свойства основных элементарных функций, особенно их области определения, области значений и характер монотонности. Приведём свойства непрерывныхмонотонных функций, наиболее часто используемые при нахождении множества значений функций.

1. Если функция f(x) непрерывна и возрастает на отрезке [a;b], то множество значений функции на этом отрезке есть отрезок [f(a),f(b)]. При этом каждое значение А  [f(a),f(b)] функция принимает ровно при одном значении x принадлежит [a,b], т.е уравнение f(x) = А имеет единственный корень на отрезке [a,b]. Если же f(x) – непрерывная и убывающая на отрезке [a,b] функция, то её множество значений на [a,b] есть отрезок [f(a),f(b)].
2. Если функция f(x) непрерывна на отрезке [a,b] и m = min f(x), M = max f(x) – её наименьшее и наибольшее значение на этом отрезке, то множество значений f(x) на [a,b] есть отрезок [m;M].

 Рассмотрим способы нахождения областей значений функций.

* метод оценок
* метод обратных функций
* метод непосредственных вычислений
* графический метод

 - метод введения параметра

Раскроем суть этих методов на конкретных примерах.

**Метод оценок**

Пример 1. Найдите множество значений функци  y=5 -.

Решение.

 Из определения квадратного корня следует, что 4 –х2.> 0, решая квадратичное неравенство получаем, что -2x2. разобьем промежуток [-2; 2] на два промежутка [-2; 0] и (0; 2]. Первому промежутку соответствует неравенство -2x0, а второму соответствует 0 < x2. На первом промежутке переменная х принимает неотрицательные значения, а на втором - положительные. Возведем в квадрат каждое из этих двойных неравенств, в результате получим 0x24. Умножим все три части неравенства на  - 1,  получим неравенство - 4- x20. Прибавим к трем частям неравенства 4 и получим 0  4 - x2  4.
Введем вспомогательную переменную предположив, что

 t = 4 - x2, где 0  t4.

Функция y =на указанном промежутке непрерывна и возрастает, поэтому свои наименьшее и наибольшее значения принимает на концах промежутка и, следовательно, 0   2 тогда произведя обратную замену переменных получим неравенство  0  2. Прибавим к трем частя последнего двойного неравенств 5, умножив его предварительно на - 1, получим 3  5 -  5.Множество значений функции y = 5 -является множество [3; 5].

**Метод обратных функций**

Пример 2. Найдите множество значений функции 

Решение.

Выразим х через у и решим уравнение ,, , решим неравенство  методом интервалов, получим .

**Метод непосредственных вычислений**

 В случае, когда область определения функции содержит конечное число значений аргумента или  количество значений не велико, или множество значений аргумента может быть описано с помощью конечного числа формул, так бывает в случае рассмотрения тригонометрических функций, обычно множество значений функции находят путем непосредственных вычислений.

Пример 3. Укажите множество значений функции y = 11 -.

Решение.

Найдем область определения данной функции. Так как в формуле задающей функцию есть квадратный корень, то согласно определению квадратного корня потребуем, чтобы подкоренное выражение было неотрицательным:

10х - х2 -250;

-(х - 5)20;

(х - 5)20; Откудах = 5. Таким образом область определения данной функции состоит из одного числа, следовательно, множество значений функции состоит из одного числа и Е(у) = {11}.

**Графический метод**

 Пример 4. Найти множество значений функции: .

Решение.

Рассмотрим знаки каждого из двух выражений под знаком модуля на промежутках



1) , ,

2) , ,

  3) , ..



.

**Метод введения параметра**

Пример 5. Найдите область значений E(f) функции

 Решение.

Решим пример методом введения параметра, согласно которому E(f)совпадает с множеством значений параметра а, для которых уравнение



имеет хотя бы один корень.

При а=2 уравнение является линейным – 4х – 5 = 0 с ненулевым коэффициентом при неизвестной х , поэтому имеет решение. При а≠2 уравнение является квадратным, поэтому оно разрешимо тогда и только тогда, когда его дискриминант



Так как точка а = 2 принадлежит отрезку

 то искомым множеством значений параметра а,значит, и областью значений E(f) будет весь отрезок.